Campos magnéticos de corrientes estacionarias (magnetostática).

Corrientes estacionarias: el número de cargas que pasan a través de un área por unidad de tiempo se mantiene constante, la densidad de cargas no cambia localmente con respecto del tiempo, por lo tanto:

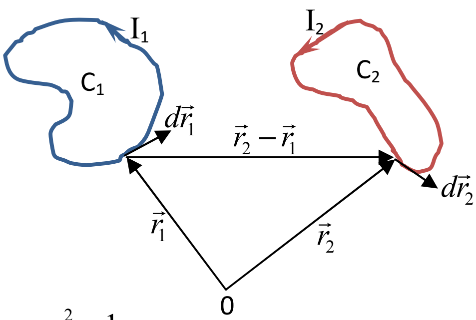
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

De acuerdo con la ecuación de continuidad: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$, pero en el caso de corrientes estacionarias $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, entonces: $\boxed{\nabla \cdot \vec{j} = 0}$ (definición de corriente estacionaria)

Todas las ecuaciones a desarrollar en este tema son válidas si y sólo si $\nabla \cdot \vec{j} = 0$ es aplicable.

Ley de Ampere.

La ley de Ampere es una ley experimental que representa la base para la magnetostática y describe la interacción entre dos hilos conductores con corrientes I_1 e I_2:



$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

Fuerza sobre el circuito 2 debido a la influencia del circuito 1:

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{r}_2 \times \left(d\vec{r}_1 \times \left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1 \right) \right)}{\left| \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \right|^3} \quad \text{......(1)}$$

$\mu_0 \equiv$ Permeabilidad del vacío = $4\pi \times 10^{-7} \, {V \cdot s}/{A \cdot m}$

Podemos reformular la Ley de Ampere, usando la siguiente identidad vectorial:

$$\vec{A} \times \left(\vec{B} \times \vec{C} \right) = \vec{B} \left(\vec{A} \bullet \vec{C} \right) - \vec{C} \left(\vec{A} \bullet \vec{B} \right), entonces:$$

$$d\vec{r}_2 \times \left(d\vec{r}_1 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \right) = d\vec{r}_1 \left(d\vec{r}_2 \bullet (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \right) - (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \left(d\vec{r}_2 \bullet d\vec{r}_1 \right)$$

Sustituyendo en la Ley de Ampere (ecuación (1)) y ordenando:

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \left[\oint_{C_1} d\vec{r}_1 \oint_{C_2} d\vec{r}_2 \bullet \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{\left| \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \right|^3} - \oint_{C_1} \oint_{C_2} d\vec{r}_2 \bullet d\vec{r}_1 \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{\left| \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \right|^3} \right]$$

Pero: $\oint\limits_{C_2} d\vec{r}_2 \bullet \dfrac{(\vec{r}_2-\vec{r}_1)}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3} = -\oint\limits_{C_2} d\vec{r}_2 \bullet \left(\nabla_2 \dfrac{1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|}\right) = -\int\limits_{S_2} \nabla \times \left(\nabla \dfrac{1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|}\right) \bullet d\vec{s} = 0$

La segunda igualdad se obtiene aplicando el Teorema de Stokes y el resultado final es debido a que el rotacional de un gradiente siempre es cero.

Por lo tanto:

$$\vec{F}_{21} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint\limits_{C_1}\oint\limits_{C_2} d\vec{r}_2 \bullet d\vec{r}_1 \frac{(\vec{r}_2-\vec{r}_1)}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3}$$

De esta última relación se puede determinar que: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

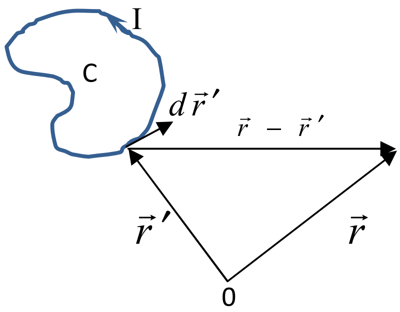
Regresando a la ecuación (1) ahora podemos reescribirla como:

$$\vec{F}_{21} = \oint\limits_{C_2} \left[I_2 d\vec{r}_2 \times \left(\frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint\limits_{C_1} \frac{d\vec{r}_1 \times (\vec{r}_2-\vec{r}_1)}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3} \right) \right] = \oint\limits_{C_2} I_2 d\vec{r}_2 \times \vec{B}_1$$

$$\Rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint\limits_{C_1} \frac{d\vec{r}_1 \times (\vec{r}_2-\vec{r}_1)}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3} \rightarrow Ley\ de\ Biot-\text{Savart}$$

Inducción magnética en el hilo 2 (en la posición $\vec{r}_2$) causada por la corriente I_1

En general, tenemos que el campo de inducción magnética en un punto $\vec{r}$ será:

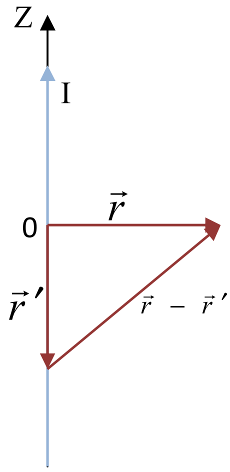


$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint\limits_{C} \frac{d\vec{r}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}_1'|^3}$$

Ejemplo: Hilo de corriente muy largo

Calcular el campo de inducción magnética creado por un hilo de corriente muy largo por el que circula una corriente I.

Solución. Por conveniencia, tomaremos el origen de coordenadas sobre el propio hilo, a la altura del punto donde tratamos de calcular el campo de inducción magnética. Entonces, usando coordenadas cilíndricas tenemos que:



$$\vec{r} = \rho\hat{\rho}$$

$$z<0\begin{cases}\vec{r}\,'=-z'\hat{z}\Rightarrow d\vec{r}\,'=-\hat{z}dz'\\ \vec{r}-\vec{r}\,'=\rho\hat{\rho}+z'\hat{z}\end{cases}$$

$$z>0\begin{cases}\vec{r}\,'=z'\hat{z}\Rightarrow d\vec{r}\,'=\hat{z}dz'\\ \vec{r}-\vec{r}\,'=\rho\hat{\rho}-z'\hat{z}\end{cases}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}\,'|=\left(\rho^2+z'^2\right)^{1/2}$$

$Para\ z<0:$

$$d\vec{r}\,'\times\left(\vec{r}-\vec{r}\,'\right)=\begin{vmatrix}\hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z}\\ 0 & 0 & -dz'\\ \rho & 0 & z'\end{vmatrix}=-\rho dz'\hat{\varphi}$$

$Para\ z>0:$

$$d\vec{r}\,'\times\left(\vec{r}-\vec{r}\,'\right)=\begin{vmatrix}\hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z}\\ 0 & 0 & dz'\\ \rho & 0 & -z'\end{vmatrix}=\rho dz'\hat{\varphi}$$

Entonces:

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_C\frac{d\vec{r}\,'\times\left(\vec{r}-\vec{r}\,'\right)}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[-\int_{-\infty}^{0}\frac{\rho dz'\hat{\varphi}}{\left(\rho^2+z'^2\right)^{3/2}}+\int_{0}^{\infty}\frac{\rho dz'\hat{\varphi}}{\left(\rho^2+z'^2\right)^{3/2}}\right]$$

$$\Rightarrow\vec{B}=\frac{\mu_0 I\rho\hat{\varphi}}{4\pi}\left[-\int_{-\infty}^{0}\frac{dz'}{\left(\rho^2+z'^2\right)^{3/2}}+\int_{0}^{\infty}\frac{dz'}{\left(\rho^2+z'^2\right)^{3/2}}\right]$$

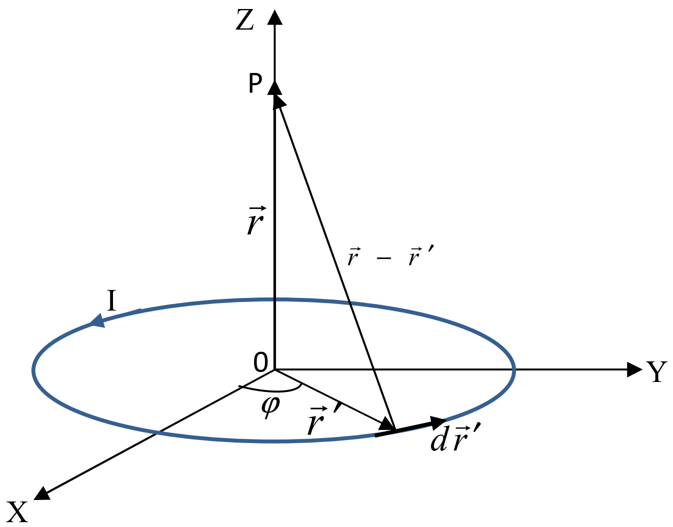
$$Pero:\int\frac{dz'}{\left(\rho^2+z'^2\right)^{3/2}}=\frac{z'}{\rho^2\sqrt{\rho^2+z'^2}}=\frac{1}{\rho^2\sqrt{\frac{\rho^2}{z'^2}+1}}$$

$$\Rightarrow\vec{B}=\frac{\mu_0 I\rho\hat{\varphi}}{4\pi}\left[-\left(-\frac{1}{\rho^2}\right)+\frac{1}{\rho^2}\right]=\frac{\mu_0 I\rho\hat{\varphi}}{4\pi}\left(\frac{2}{\rho^2}\right)=\frac{\mu_0 I\hat{\varphi}}{2\pi\rho}$$

$\Rightarrow\vec{B}=\dfrac{\mu_0 I\hat{\varphi}}{2\pi\rho}\rightarrow$ Las líneas de campo son círculos concéntricos alrededor del hilo de acuerdo con la regla de la mano derecha.

Ejemplo: Espira con corriente.

Una corriente I que circula por la circunferencia de radio "a" en el plano XY.



Tomando un punto sobre el eje Z:

$$\vec{r} = z\hat{z}$$

$$\vec{r}' = x'\hat{x} + y'\hat{y} = a\left(\cos\varphi\hat{x} + sen\varphi\hat{y}\right)$$

$$\vec{r} - \vec{r}' = -a\cos\varphi\hat{x} - asen\varphi\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\left|\vec{r} - \vec{r}'\right| = \left(a^2 + z^2\right)^{1/2}$$

$$d\vec{r}' = a\left(-sen\varphi\hat{x} + \cos\varphi\hat{y}\right)d\varphi$$

$$d\vec{r}'\times\left(\vec{r}-\vec{r}'\right) = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ -asen\varphi d\varphi & a\cos\varphi d\varphi & 0 \\ -a\cos\varphi & -asen\varphi & z \end{vmatrix} = \hat{x}\left(az\cos\varphi d\varphi\right) + \hat{y}\left(azsen\varphi d\varphi\right) + \hat{z}a^2 d\varphi\left(sen^2\varphi + \cos^2\varphi\right)$$

$$\Rightarrow d\vec{r}'\times\left(\vec{r}-\vec{r}'\right) = \hat{x}\left(az\cos\varphi d\varphi\right) + \hat{y}\left(azsen\varphi d\varphi\right) + \hat{z}a^2 d\varphi$$

Entonces:

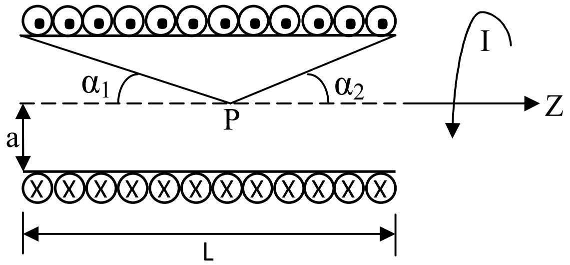
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_C \frac{d\vec{r}'\times\left(\vec{r}-\vec{r}'\right)}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\hat{x}\int_0^{2\pi}\frac{az\cos\varphi d\varphi}{\left(a^2+z^2\right)^{3/2}} + \hat{y}\int_0^{2\pi}\frac{azsen\varphi d\varphi}{\left(a^2+z^2\right)^{3/2}} + \hat{z}\int_0^{2\pi}\frac{a^2 d\varphi}{\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}\right]$$

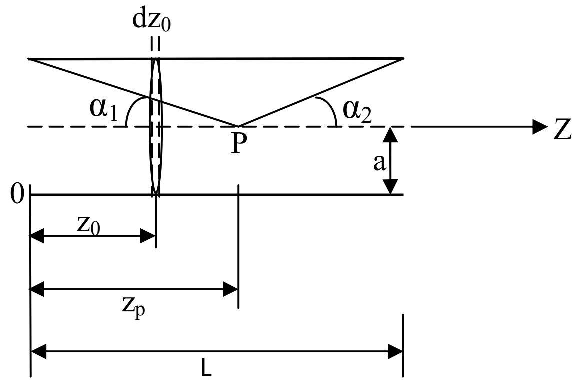
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}\left[\hat{x}az\int_0^{2\pi}\cos\varphi d\varphi + \hat{y}az\int_0^{2\pi}sen\varphi d\varphi + \hat{z}a^2\int_0^{2\pi}d\varphi\right]$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}\left[\hat{x}az\, sen\varphi\Big|_0^{2\pi} + \hat{y}az\left(-\cos\varphi\Big|_0^{2\pi}\right) + \hat{z}a^2 2\pi\right] = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}\left[\hat{z}a^2 2\pi\right]$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}\hat{z} \rightarrow \text{Las líneas de campo van en la dirección de } \hat{z}$$

Solenoide: Se enrolla un alambre alrededor de un cilindro, N vueltas. Suponiendo un enrollamiento suficientemente denso para suponer que todas las vueltas son espiras planas, entonces tenemos un conjunto de N corrientes filamentales circulares de radio “a” (solenoide ideal).





Sea “n” la densidad de espiras por unidad de longitud.

$$N = \int ndL \Rightarrow dN = ndL = ndz_0 \Rightarrow n = \frac{dN}{dL} = \frac{dN}{dz_0}$$

Cada espira se encuentra a la distancia: $z = z_p - z_0$ del punto P.

Para una espira:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}} \hat{z}$$

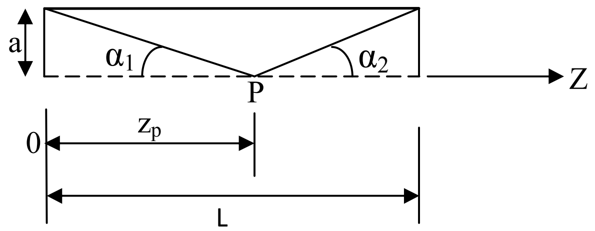
Para N espiras:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2 N}{2\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}} \hat{z} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2 dN}{2\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}} \hat{z} = \frac{\mu_0 I a^2 n dz_0}{2\left(a^2 + \left(z_p - z_0\right)^2\right)^{3/2}} \hat{z} \Rightarrow \vec{B} = \int_0^L \frac{\mu_0 I a^2 n dz_0}{2\left(a^2 + \left(z_p - z_0\right)^2\right)^{3/2}} \hat{z},$$

$$Sea\ z' = z_0 - z_p \Rightarrow dz' = dz_0$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2 n \hat{z}}{2} \int_{-z_p}^{L-z_p} \frac{dz'}{\left(a^2 + z'^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a^2 n \hat{z}}{2} \left[\frac{z'}{a^2 \left(a^2 + z'^2\right)^{1/2}} \right]_{-z_p}^{L-z_p}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I n \hat{z}}{2} \left[\frac{L - z_p}{\left(a^2 + \left(L - z_p\right)^2\right)^{1/2}} + \frac{z_p}{\left(a^2 + z_p{}^2\right)^{1/2}} \right]$$



$$\cos\alpha_1 = \frac{cat.ady.}{hip.} = \frac{z_p}{\left(a^2 + z_p{}^2\right)^{1/2}}$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{L - z_p}{\left(a^2 + \left(L - z_p\right)^2\right)^{1/2}}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 In\hat{z}}{2}\left[\frac{L - z_p}{\left(a^2 + \left(L - z_p\right)^2\right)^{1/2}} + \frac{z_p}{\left(a^2 + z_p{}^2\right)^{1/2}}\right] = \frac{\mu_0 In\hat{z}}{2}\left(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2\right)$$

Si el solenoide se hace muy largo $\rightarrow \infty \begin{Bmatrix} \alpha_1 \rightarrow 0 \Rightarrow \cos\alpha_1 \rightarrow 1 \\ \alpha_2 \rightarrow 0 \Rightarrow \cos\alpha_2 \rightarrow 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 In\hat{z}}{2}\left(1+1\right) = \mu_0 In\hat{z}$

$\vec{B} = \mu_0 In\hat{z} \rightarrow$ *Campo de inducción magnética para puntos sobre el eje de un solenoide* infinitamente largo

Forma general de la Ley de Biot-Savart:

$$Id\vec{r}' \rightarrow \vec{j}dV' \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_C \frac{Id\vec{r}' \times \left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3} \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} dV\vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3}$$

En los ejemplos anteriores se ha observado que las líneas de $\vec{B}$ siguen siempre trayectorias cerradas, las líneas no "comienzan" o "terminan" en algún punto, esto es indicativo de la no existencia de monopolos magnéticos o cargas magnéticas individualizadas, es decir: $\nabla \bullet \vec{B} = 0$, esto lo podemos demostrar aplicando la divergencia a la forma general de la Ley de Biot-Savart.

$$\nabla \bullet \vec{B} = \nabla \bullet \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} dV\vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} dV'\nabla \bullet \left(\vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3}\right)$$

Usando la identidad vectorial: $\nabla \bullet \left(\vec{A} \times \vec{B}\right) = \vec{B} \bullet \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \bullet \nabla \times \vec{B}$, tenemos que:

$$\nabla \bullet \left(\vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3}\right) = \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3} \bullet \nabla \times \vec{j}(\vec{r}') - \vec{j}(\vec{r}') \bullet \nabla \times \left(\frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3}\right)$$

Pero:

$\nabla \times \vec{j}(\vec{r}') = 0$ ya que $\vec{j}$ depende de $\vec{r}'$ y el operador actúa sobre $\vec{r}$, no sobre $\vec{r}'$.

También: $\nabla\times\left(\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right)=\nabla\times\left(-\nabla\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)=-\nabla\times\left(\nabla\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)=0$

Por lo tanto:

$$\nabla\bullet\left(\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right)=\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\bullet\underbrace{\nabla\times\vec{j}(\vec{r}')}_{=0}-\vec{j}(\vec{r}')\bullet\underbrace{\nabla\times\left(\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right)}_{=0}=0$$

$$\Rightarrow\nabla\bullet\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}dV'\nabla\bullet\left(\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}dV'\underbrace{\nabla\bullet\left(\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right)}_{=0}=0$$

$$\Rightarrow\nabla\bullet\vec{B}=0$$

Por el teorema de la divergencia: $\int_V\nabla\bullet\vec{B}dV=0=\oint_S\vec{B}\bullet d\vec{S}\Rightarrow\oint_S\vec{B}\bullet d\vec{S}=0\quad\forall S\ cerrada$

$\Rightarrow$El flujo de cualquier $\vec{B}$ a través de una superficie cerrada es siempre nulo.

Por el Teorema de Helmholtz, determinar $\vec{B}$ precisa del conocimiento de $\nabla\bullet\vec{B}$ y $\nabla\times\vec{B}$ nos falta conocer $\nabla\times\vec{B}$.

Teorema de partición:

Sea $\vec{u}(\vec{r})$ un campo vectorial y supongamos que tiende lo suficientemente rápido a cero si $|\vec{r}|\to\infty,\left(\underset{|\vec{r}|\to\infty}{lím}|\vec{u}(\vec{r})|<\underset{|\vec{r}|\to\infty}{lím}\frac{1}{|\vec{r}|^2}=0\right)$, en este caso el campo $\vec{u}(\vec{r})$ tiene una parte sin circulación (parte longitudinal) y una parte sin divergencia (parte transversal): $\nabla\times\vec{u}_l=0,\ \nabla\bullet\vec{u}_t=0$ y existen campos α y β tales que: $\vec{u}_l(\vec{r})=\nabla\alpha(\vec{r})$ y $\vec{u}_t(\vec{r})=\nabla\times\beta(\vec{r})$ con:

$$\alpha(\vec{r})=-\frac{1}{4\pi}\int dV'\frac{\nabla'\bullet\vec{u}_l(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$
$$\beta(\vec{r})=\frac{1}{4\pi}\int dV'\frac{\nabla'\times\vec{u}_t(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

En el caso electromagnético, de lo que ya sabemos, tenemos que:

$\vec{E}$ *es la parte longitudinal ya que*: $\nabla\times\vec{E}=0$
$\vec{B}$ *es la parte transversal ya que*: $\nabla\bullet\vec{B}=0$

Nos interesa determinar $\nabla\times\vec{B}$, para ello usando el teorema de partición, tenemos que:

$$\nabla\bullet\vec{u}_t=0=\nabla\bullet\vec{B}\Rightarrow\vec{B}=\nabla\times\left(\frac{1}{4\pi}\int dV'\frac{\nabla'\times\vec{B}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)\quad ....(*)$$

Por otra parte de acuerdo con la ley de Biot-Savart: $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}dV'\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$

Podemos reescribirla usando: $\nabla\times(u\vec{A})=(\nabla u)\times\vec{A}+u(\nabla\times\vec{A})=u(\nabla\times\vec{A})-\vec{A}\times\nabla u$

Con $u=\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ y $\vec{A}=\vec{j}(\vec{r}')$:

$$\nabla\times\left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)=\frac{\nabla\times\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}-\vec{j}(\vec{r}')\times\nabla\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=-\vec{j}(\vec{r}')\times\nabla\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$\Rightarrow\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=\nabla\times\left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)$$

Entonces:

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}dV'\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}dV'\nabla\times\left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)=\nabla\times\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}dV'\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)=\nabla\times\left(\frac{1}{4\pi}\int_{V'}dV'\frac{\mu_0\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)$$

$$\Rightarrow\vec{B}=\nabla\times\left(\frac{1}{4\pi}\int_{V'}dV'\frac{\mu_0\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)$$

Comparando esta última ecuación con (*): $\vec{B}=\nabla\times\left(\frac{1}{4\pi}\int dV'\frac{\nabla'\times\vec{B}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)$

Tenemos que: $\nabla'\times\vec{B}(\vec{r}')=\mu_0\vec{j}(\vec{r}')\Rightarrow\nabla\times\vec{B}(\vec{r})=\mu_0\vec{j}(\vec{r})$

Usando el Teorema de Stokes:

$$\int_S\nabla\times\vec{B}\bullet d\vec{S}=\oint_C\vec{B}\bullet d\vec{r}\Rightarrow\int_S\mu_0\vec{j}(\vec{r})\bullet d\vec{S}=\oint_C\vec{B}\bullet d\vec{r}$$

$$\Rightarrow\oint_C\vec{B}\bullet d\vec{r}=\mu_0\int_S\vec{j}\bullet d\vec{S}\rightarrow \textit{Ley circuital de Ampere}$$