

TEOREMA.

Para todo $x, y, z \in R$

i) $x + y \in R$
 $xy \in R$

ii) $x + (y + z) = (x + y) + z$
 $x(yz) = (xy)z$

iii) $x + y = y + x$
 $xy = yx$

iv) $x + 0 = x$
 $x \cdot 1 = x$

v) $\exists -x \in R$ tal que $x + (-x) = 0$
 $\exists x^{-1} \in R$ tal que $x^{-1}x = 1$, si
 $x \neq 0$

v) $x(y+z)=xy+xz$

- si $x + z = y + z$, entonces $x = y$
- si $x \cdot z = y \cdot z$ y $z \neq 0$, entonces $x = y$

TEOREMA.

Para todo $x, y \in \mathbb{R}$

- i) $x \cdot 0 = 0$
- ii) $(-x)(y) = -(xy)$
- iii) $(-x)(-y) = xy$

TEOREMA.

Si $x, y \in \mathbb{R}$ entonces se verifica una y sólo una de las siguientes proposiciones:

- i) $x < y$
- ii) $x = y$
- iii) $y < x$

TEOREMA.

Para todo $x, y, z \in \mathbb{R}$:

$$\text{i) } x < y \longrightarrow x + z < y + z$$

$$\begin{array}{l} \text{ii) } x < y \quad y \quad z > 0 \longrightarrow xz < yz \\ \quad \quad x < y \quad y \quad z < 0 \longrightarrow xz > yz \end{array}$$

$$\text{iii) } x < y \quad y \quad y < z \longrightarrow x < z$$