1.- Sean $A=\left\{x+1, x-2, x^2\right\}$ y B={p,q,r} dos bases del espacio vectorial V y

$M_B^A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$ la matriz de transición de la base A a la base B. Determinar los vectores de la base B.

2.- Sean el espacio real M= $\left\{\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix} \middle| a,b,c,d \in R\right\}$ y D el conjunto de matrices cuadradas de orden dos con elementos reales y traza igual a cero. Determinar si el conjunto D es un subespacio de M. En caso afirmativo obtener la dimensión de D; en caso negativo indicar las razones por las que no es.

3.- Sea F el espacio vectorial de las funciones reales de variable real y sea

A = $\left\{a\cos(2x) + b \,\middle|\, a,b \in R\right\}$^un subconjunto de F. Determinar si A es un subespacio de F. En caso afirmativo dar la dimensión de A.

4.- Sea el espacio vectorial sobre el campo de los reales y sean A= $\left\{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \overline{v_3}\right\}$ y B= $\left\{\overline{w_1}, \overline{w_2}, \overline{w_3}\right\}$ dos bases de V, donde

$$\begin{aligned}
\overline{w_1} &= \overline{v_1} - 2\overline{v_2} + \overline{v_3}\\
\overline{w_2} &= 2\overline{v_1} + \overline{v_2} - \overline{v_3}\\
\overline{w_3} &= \overline{v_1} - \overline{v_2}
\end{aligned}$$

Determinar la matriz de transición de la base A a la base B.

5.- Sea P_2 el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 2 con coeficientes reales y sean $B_1=\left\{1-x,\ 3x,\ x^2-x-1\right\}$ y $B_2=\left\{3-2x,\ 1+x,\ x+x^2\right\}$ dos bases de P_2

a) Determinar la matriz de transición de la base B_1 a la base B_2

b) Utilizar la matriz de transición de la inciso anterior para obtener

$$(\overline{x})_{B_2} \quad si \quad (\overline{x})_{B_1} = \begin{pmatrix}2\\ 1\\ 3\end{pmatrix}$$

6.- Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ -1 & -5 & 0 & k\\ 2 & 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$. Determinar:

a) el valor de k para el cual la dimensión del espacio columna de A es igual a 2, y
b) el espacio renglón de A con el valor de k obtenido en el inciso anterior.

7.- Determinar si el conjunto $F=\{2, 2sen^2 x, 1-\cos 2x\}$ de funciones reales de variable real es linealmente dependiente o independiente en el intervalo de $(-\infty,\infty)$

8.- Sean las funciones $f:R\to R$ y $g:R\to R$ con la regla de correspondencia

$$f(t)=\begin{cases}-t & si\ -\infty<t<3\\ e^{t-5} & si\ 3\le t<\infty\end{cases}\quad y\quad g(t)=\begin{cases}2t^3 & si\ -\infty<t\le 1\\ e^{t} & si\ 1<t<\infty\end{cases}$$

Determinar los intervalos en los cuales el conjunto $H=\{f,g\}$ es linealmente dependiente.

9.- Sea el espacio vectorial sobre el campo de los reales y sean A= $\{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \overline{v_3}\}$ y B= $\{\overline{w_1}, \overline{w_2}, \overline{w_3}\}$ dos bases de V, donde

$$\overline{w_1}=5\overline{v_1}+\overline{v_2}+\overline{v_3}$$
$$\overline{w_2}=\overline{v_1}-\overline{v_2}+3\overline{v_3}$$
$$\overline{w_3}=2\overline{v_1}+\overline{v_3}$$

Determinar la matriz de transición de la base A a la base B.

10.- Sean las funciones $f:R\to R$ y $g:R\to R$ con la regla de correspondencia

$$f(t)=\begin{cases}t^2 & si\ -\infty<t<4\\ e^{t} & si\ 4\le t<\infty\end{cases}\quad y\quad g(t)=\begin{cases}-2t^2 & si\ -\infty<t\le 1\\ e^{t-3} & si\ \ 1<t<\infty\end{cases}$$

Determinar los intervalos en los cuales el conjunto $H=\{f,g\}$ es linealmente dependiente.