

1.- Sea P el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a uno y sea la transformación lineal $T: R^2 \rightarrow P$ definida por

$$T(a, b) = a - b + (a + 3b)x.$$

Obtener la regla de correspondencia de la inversa de T .

2.- Sean $A = \{(1, 0), (0, -1)\}$ y $B = \{(0, 1), (-1, 0)\}$ dos bases de R^2 y sea $T: R^2 \rightarrow R^2$ la transformación lineal cuya matriz asociada respecto a las bases A y B es

$$M_B^A(T) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}. \text{ Obtener } T(1, -3)$$

3.- Sea $M_b^A(T) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz asociada a la transformación lineal $T: D \rightarrow P_2$

donde D y P_2 son los espacios reales

$$D = \left\{ \begin{pmatrix} m & 2m & r \\ m+r & m-r & 3r \end{pmatrix} \mid m, r \in R \right\}; \quad P_2 = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in R\} \text{ referida a la base}$$

$$A \text{ de } D, \quad A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \right\} \text{ y la base } B \text{ de } P_2, \quad B = \{x^2, x+1, -1\}$$

Obtener:

- la regla de transformación T ,
- la imagen de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ bajo la transformación T ,
- el recorrido $T(D)$ y una base de él.

4.- Sea un operador lineal $S: P_2 \rightarrow P_2$ cuya matriz asociada es

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- Determinar los valores característicos de S .
- Obtener el espacio característico asociado al mayor de los valores determinados en el inciso anterior.

5.- La matriz $M(H) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ representa la transformación $H: R^3 \rightarrow R^3$, cuyos

valores característicos son $\lambda_1 = \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 4$. Determinar, si existe, una matriz P diagonalizadora de $M(H)$. En caso afirmativo dar la correspondiente matriz diagonal, en caso negativo, justificar su respuesta.

6.- Sea $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la transformación lineal $T(1,2)=(4,6)$ y cuyo núcleo es el conjunto

$$N(T) = \{(x, -2x) | x \in \mathbb{R}\}$$

Determinar:

- a) La regla de correspondencia de T.
- b) Una base del recorrido de T.

7.- Sean el espacio vectorial real $P = \{ax + b \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ y el operador lineal $F : P \rightarrow P$ cuya regla de correspondencia es

$$F(ax + b) = (a - 2b)x + (b - 2a) \quad \forall \quad ax + b \in P$$

Determinar:

- a) Una matriz M asociada a F.
- b) Los espacios característicos de F.
- c) Una matriz diagonal D asociada a F y la base a la que está referida.

8.- Sea $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la transformación lineal tal que

$$T(1,1) = (3,9) \quad \text{y} \quad T(3,2) = (7,23)$$

- a) Determinar la regla de correspondencia de T.
- b) Obtener las dimensiones del núcleo y del recorrido de T.