Función de producción con rendimientos constantes del capital. Teoría endógena del crecimiento I

Desde Solow hacia la teoría endógena del crecimiento

Conclusiones del modelo de Solow

- La acumulación de capital no puede sostener el crecimiento en el largo plazo.
- El crecimiento, en el largo plazo, depende únicamente del progreso técnico.

Preguntas abiertas en el modelo de Solow

Para que la acumulación de capital no pueda sostener el crecimiento de largo plazo los rendimientos al capital deben ser decrecientes.

Determinantes del progreso técnico.

Acumulación de capital y crecimiento

Al modificar el tipo de rendimientos del capital en la función agregada de producción el crecimiento de largo plazo puede ser sostenido por la acumulación de capital.

Función de producción AK

$Y_t = AK_t$

A: constante exógena

K: capital

El producto Y_t es proporcional al capital K_t

Características de la función AK

- Rendimientos constantes a escala

$$A(\lambda K) = A\lambda K = \lambda Y$$

- Rendimientos constantes del capital

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = A \; ; \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = 0$$

Función de acumulación de capital

$$\dot{k} = sy - (\delta + n)k$$

$$si \;\; y = \frac{Y}{L} \quad \rightarrow \quad y = \frac{AK}{L} = Ak$$

$$\dot{k} = sAk - (\delta + n)k$$

Por lo tanto, la tasa de crecimiento de k es contante:

$$\frac{\dot{k}}{k} \equiv \gamma_k \; = sA - (\delta + n)$$

Diagrama del modelo AK

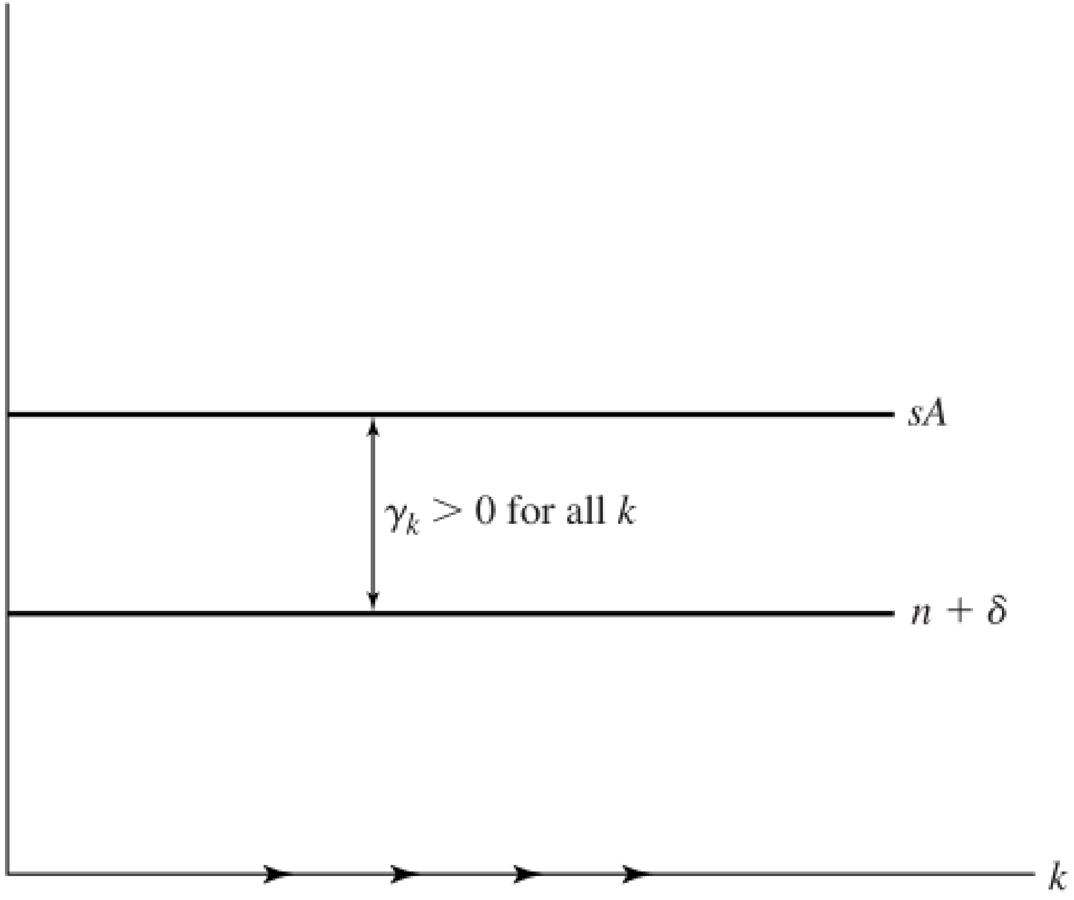

Diagrama del modelo AK

- Curva de ahorro sA representada por una línea horizontal

$$sA > \delta + n$$

Si $sA > \delta + n$

- Dado que el producto por habitante es proporcional a k (y=Ak)
- Tasa de crecimiento de y $=\gamma^*$

$$\gamma_k = \gamma^* = sA - (\delta + n)$$

- Si el consumo per cápita es proporcional a y, también crece a la tasa γ^*.
- Por lo que la tasa de crecimiento de las variables per cápita es:

$$\gamma_c = \gamma_k = \gamma_y = \gamma^* = sA - (\delta + n)$$

- Tasa crecimiento de las variables agregadas:

$$\gamma_C = \gamma_K = \gamma_Y = sA - \delta$$

Diferencias entre los modelos AK y de Solow

- La tasa de crecimiento del producto per cápita puede ser positiva sin necesidad de tener que suponer que alguna variable crece continua y exógenamente.
- La tasa de crecimiento es determinada por factores visibles: a mayor tasa de ahorro, mayor tasa de crecimiento del producto per cápita.
- La economía carece de una etapa de transición hacia el estado estacionario, ya que siempre crece a una tasa constante igual a $\gamma^*=sA-(\delta+n)$ con independencia del valor del stock de capital.
- Este modelo predice que no existe ningún tipo de relación entre la tasa de crecimiento de la economía y el nivel alcanzado por la renta nacional: no predice convergencia, ni condicional ni absoluta.

Función de producción AK con capital humano

- En la función AK el capital tiene dos componentes: capital físico (K) y humano (H).
- Si la función de producción es del tipo Cobb-Douglas,

$$Y = BK^{\alpha}H^{1-\alpha}$$

siendo B un parámetro que refleja el nivel tecnológico

- Ambos tipos de capital pueden ser acumulados detrayendo recursos para el consumo:

$$\dot{K} + \dot{H} = BK^{\alpha}H^{1-\alpha} - C - \delta_K K - \delta_H H$$

en que δ_K y δ_H son las tasas de depreciación de K y H.

En la función de producción Cobb-Douglas ambos tipos de capital son sustitutos perfectos. Por ello, la tasas de rendimiento de K y H tenderán a igualarse.

Capital humano y rendimientos del capital

- La tasa de rendimiento está dada por la productividad marginal neta de cada uno de los tipos de capital.
- Si las tasas de depreciación de K y H son iguales:

$$\alpha \frac{Y}{K} = (1-\alpha)\frac{Y}{H} \;\rightarrow\; H = K\,\frac{1-\alpha}{\alpha}$$

- Sustituyendo en la función de producción inicial:

$$Y = BK^{\alpha}\left(K\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{1-\alpha} = B\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{1-\alpha} K^{\alpha}K^{1-\alpha} = B\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{1-\alpha} K$$

$$Sí\; A = B\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{1-\alpha} \;\rightarrow\; Y = AK$$