IMPORTANTE

ESTAS NOTAS DEBERÁN SER IMPRESAS Y MUY BIEN ESTUDIADAS, PUES SE RESUMEN LOS CONCEPTOS TEÓRICOS NECESARIOS PARA ABORDAR LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES NO HOMOGÉNEAS CON CIERTAS CARACTERÍSTICAS.

TEMA 2

MÉTODO DE VARIACIÓN DE PARÁMETROS

Breve Introducción Teórica:

Este método se usa para obtener una solución particular **(** y_p **)** de ecuaciones diferenciales no homogéneas como las siguientes:

a) $y'' + 2y' + 4y = x - 2 + e^x \cos x$

b) $y'' + y' + y = x^{-1}$

c) $3y'' - y = \sec x$

d) $x^2 y''' - xy'' + 2y = e^x \cos x$

Algunos comentarios sobre cada inciso:

a) Esta ecuación diferencial **<u>también se puede resolver por el método de coeficientes indeterminados</u> (es de coeficientes constantes y existe anulador para la función** $q(x)$ **)**
b) Esta es una ecuación diferencial de **coeficientes constantes**, **<u>pero no existe operador anulador para la función</u>** $q(x)$
c) Esta es una ecuación diferencial de **<u>coeficientes constantes, pero no existe operador anulador para la función</u>** $q(x)$
d) Esta es una ecuación diferencial de **coeficientes variables**; aunque existe operador anulador para la función $q(x)$, no puede emplearse el método de coeficientes indeterminados. **<u>Debe precisarse que en este caso, se debe tener como dato un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial homogénea asociada.</u>**

La descripción y aplicación de este método, se establece en el siguiente teorema:

TEOREMA:

Sea la ecuación diferencial lineal no homogénea:

$$(I) \qquad y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + a_n y = q(x).$$

donde $y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2 + ... + C_n y_n$

es la solución de la ecuación homogénea asociada.

Y sea

$y_p = u_1(x) y_1 + u_2(x) y_2 + ... + u_n(x) y_n$ una solución particular de (I),

donde $u_1(x), u_2(x), u_3(x), ..., u_n(x)$, son funciones tales que sus primeras derivadas $u_1'(x), u_2'(x), u_3'(x), ..., u_n'(x)$, satisfacen el sistema

$$\begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & .... & y_n \\ y_1' & y_2' & y_3' & .... & y_n' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' & .... & y_n'' \\ . & . & . & & . \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & y_3^{(n-1)} & .... & y_n^{(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1'(x) \\ u_2'(x) \\ . \\ . \\ . \\ u_n'(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ q(x) \end{bmatrix}$$

Entonces la solución general de (I) es: $y_G = y_h + y_p$