

## TEMA 6

### SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

ANÁLISIS NUMÉRICO

1. La ecuación de Schrödinger en una dimensión es:

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^3 m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = \frac{i\hbar}{2\pi} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

¿A qué tipo canónico corresponde esta ecuación?

2. Clasifique las ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden siguiente de acuerdo con el discriminante.  $B^2 - 4AC$

a)  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} w(x, y) + 4 \frac{\partial^2}{\partial y^2} w(x, y) = x + y$

b)  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, y) + 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} u(x, y) - \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y) = 10$

c)  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x, t) = \frac{1}{k} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(x, t)$ , k positiva

d)  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) + 10 \frac{\partial}{\partial t} u(x, t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) = 100u(x, t)$

e) Clasifique en  $t=2$ ,  $x=-4$ :  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (1+2x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

3. Relacione las siguientes columnas para clasificar las siguientes ecuaciones en derivadas parciales:

Elíptica	$b^2 - 4ac > 0$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
----------	-----------------	--

Parabólica	$b^2 - 4ac < 0$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 9 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
------------	-----------------	--

Hiperbólica	$b^2 - 4ac = 0$	$a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t)$
-------------	-----------------	---

## 4. Clasifique la ecuación diferencial parcial

$$\operatorname{sen}(x) \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 0$$

para cada inciso considerando con  $y > 0$ :

- a)  $\pi < x < 2\pi$   
b)  $0 < x < \pi$

## 5. Sea la ecuación diferencial parcial lineal de segundo orden, homogénea

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D \frac{\partial u}{\partial x} + E \frac{\partial u}{\partial y} + Fu = 0$$

escribe los criterios para clasificar la ecuación en elíptica, parabólica e hiperbólica en función del discriminante  $B^2 - 4AC$ .

6. Obtenga las expresiones numéricas, de derivación parcial siguiente, con pivote en  $x_i, y_j$ , utilizando esquema de derivación numérica correspondiente a polinomios de primer grado (inciso a y b) y de segundo grado (incisos c, d, e):

a)  $\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} =$

b)  $\frac{\partial u(x, y)}{\partial y} =$

c)  $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} =$

d)  $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} =$

e)  $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y \partial x} =$

## TEMA 6

### SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

ANÁLISIS NUMÉRICO

7. Obtenga un esquema en diferencias finitas que permita resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} = 0 \text{ en el punto } u(t_i, x_{j+1})$$