1.1. POLINOMIOS DE LAGRANGE

Para ilustrar la interpolación por polinomios de Lagrange considérese un conjunto de datos de tres puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$. El polinomio interpolador en este caso es

$$P(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3$$

Obsérvese que en el punto $x = x_1$ sólo queda el primer término con su numerador y denominador cancelándose entre sí, por lo cual $P(x_1) = y_1$. Lo mismo sucede con los demás puntos, por lo que se ve que el polinomio cumple con la condición de pasar por todos los puntos de datos. En general, para n puntos de datos, el polinomio de Lagrange es

$$\boxed{P(x) = \sum_{i=1}^{n} y_i \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}} \qquad (1.1)$$

Una forma mucho más sencilla de ver la ec. 1.1 es en forma de un algoritmo, el cual se muestra escrito para MATLAB en el algoritmo 1.1.

Algoritmo 1.1: Polinomios de Lagrange en MATLAB

Entradas: valor a interpolar x, vectores conteniendo los puntos X y Y.

Salidas: valor interpolado y.

```
function [y]=PoliLagrange(x,X,Y)
y=0;
for i=1:numel(X)
    L=1;
    for j=1:numel(X)
        if j~=i
            L=L*(x-X(j))/(X(i)-X(j));
        end
    end
    y=y+L*Y(i);
end
```

Ejemplo 1.1.

Se tiene el conjunto de datos $\{(1,1),(2,3),(3,-1),(4,0),(5,3),(6,2)\}$. En MATLAB se introducen entonces como los vectores X=[1 2 3 4 5 6], Y=[1 3 -1 0 3 2]. Un ciclo implementando el algoritmo 1.1 muestra el polinomio interpolador de Lagrange

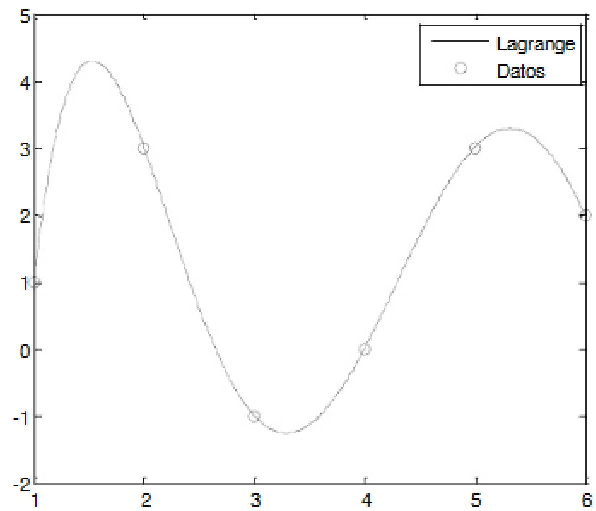

Figura 1.1. Polinomio de Lagrange interpolando los datos.