

Óptica cuántica I: Espectro angular del *SPDC*
tipo I, degenerado y no colinear.
Versión 2.0

Héctor Cruz Ramírez¹
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM
¹hector.cruz@ciencias.unam.mx

septiembre 2017

Índice

1. Objetivos	1
2. Descripción heurística del proceso <i>SPDC</i> tipo I, degenerado y no colinear	2
3. Estado cuántico del <i>SPDC</i>	2
3.1. Estructura de la función <i>WJA</i>	3
4. Espectro angular (EA)	4
4.1. EA aproximación de bombeo de onda continua	4
4.2. EA aproximación de resolución perfecta	5
5. Experimento	5
6. Pormenores de la práctica	6
7. Agradecimientos	6

1. Objetivos

Los objetivos son

1. Introducción al modelo de la generación de las pareja de fotones por el proceso de conversión paramétrica descendente espontánea.
2. Obtener el espectro angular de las pareja de fotones del tipo I, degenerada y no colinear.

2. Descripción heurística del proceso *SPDC* tipo I, degenerado y no colineal

En 1960, T. H. Maiman reporta en *Nature* la primera implementación de lo que entendemos hoy como un láser [1]. Este hecho fue un punto de partida para el desarrollo contemporáneo de toda la óptica actual, ya que el siguiente año se reporta la primera observación de un efecto de la óptica no lineal: *la generación del segundo armónico* (*SHG* por sus siglas en inglés de *second harmonic generation*) [2]. El proceso de *SHG* consiste en tener un cristal no centro-simétrico con las propiedades óptica no lineal de susceptibilidad de segundo orden $\chi^{(2)}$ *OPA*

...

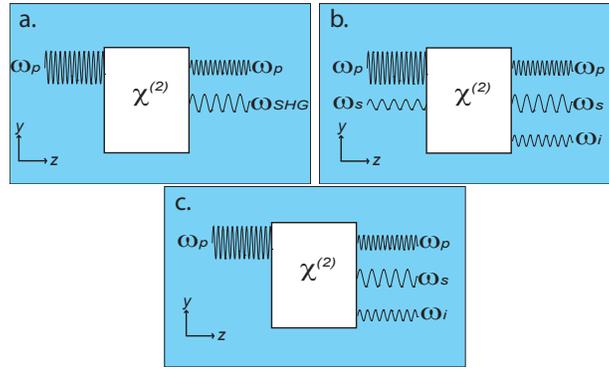


Figura 1: Procesos de la óptica no lineal (a y b) y la óptica cuántica (c).

3. Estado cuántico del *SPDC*

En la representación de interacción en mecánica cuántica y considerando los términos de primer orden en la teoría perturbativa, tenemos que el estado cuántico de las parejas de fotones producidas por conversión paramétrica descendente espontánea (*SPDC*, por sus siglas en inglés *spontaneous parametric downconversion*) esta dado por [3, 4]

$$\begin{aligned}
 |\text{SPDC}\rangle &= |\Psi\rangle \\
 &\approx |\text{vac}\rangle + \eta \int_{\mathbb{R}^3} d\vec{k}_s \int_{\mathbb{R}^3} d\vec{k}_i F(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i) |\text{vac}\rangle, \quad (1)
 \end{aligned}$$

donde η es una constante que esta relacionada con la eficiencia del proceso de *SPDC* y que agrupa todas las constantes; y $F(\cdot)$ es la función *WJA* dada por

$$F(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = \alpha(\omega_s + \omega_i; \omega_{p0}) \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \quad (2)$$

donde $\alpha(\cdot)$ es la envolvente temporal del bombeo y $\Phi(\cdot)$ es la función de *phasematching*. En este punto, el estado cuántico de la pareja de fotones está expresada mediante las variables fotónicas: $k_{sx}, k_{sy}, k_{sz}, k_{ix}, k_{iy}$ y k_{iz} . La forma de $\Phi(\cdot)$ estará determinada por la estructura espacial del bombeo y las propiedades del cristal.

En esta notas consideramos un haz gaussiano como bombeo (sin el efecto de *walk-off*)

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) &= \pi W_0^2 \int_{-L/2}^{L/2} dz \exp\{i\Delta k_z z\} \cdot \exp\left\{-\frac{W_0^2}{4}[(k_x^\perp)^2 + (k_y^\perp)^2]q(z)\right\} \\ &= L\pi W_0^2 \exp\left\{-\frac{W_0^2}{4}|\vec{k}^\perp|^2\right\} \text{sinc}\left\{\frac{L\Delta k_{eff}}{2}\right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

donde

$$\Delta k_{eff} = \frac{|\vec{k}^\perp|^2}{2k_p} - \Delta k_z. \quad (4)$$

Es importante hacer notar que hemos omitido la fase de Φ debido a que las propiedades del SPDC, que se obtienen en la Sección 4, se calcula a través de sumas incoherentes, por lo cual, la fase se anula.

3.1. Estructura de la función *WJA*

A continuación haremos un análisis de la estructura de la función de amplitud compleja *WJA*, $F(\cdot)$. Recordando la Ec. (2) tenemos que $F(\cdot)$ es el producto de las funciones $\alpha(\cdot)$ y $\Phi(\cdot)$. La primera función es la envolvente espectral o la función que contiene las propiedades temporales del bombeo. La segunda función es la que llamamos función de *phasematching*, $\Phi(\cdot)$. De la sección anterior se observa que a esta función podemos representarla como el producto de dos funciones. La primera de ellas que la llamaremos función de *phasematching* longitudinal, $\Phi_L(\cdot)$, y que en todos los casos es igual a la función $\text{sinc}(\cdot)$; y la cual contiene las propiedades del cristal (ángulo de *phasematching*, longitud del cristal L). La segunda de ellas que la llamaremos función de *phasematching* transversal, $\Phi_T(\cdot)$, y que es igual al espectro angular del bombeo en términos de las variables k_x^\perp y k_y^\perp ; y la cual contiene las propiedades espaciales (como el radio de cinturón y k_{tp} , según el caso). Hay que notar que todas las funciones dependen de los vectores de onda de la señal, el acompañante y el bombeo, y que para calcularlos debemos conocer los índices de refracción a través de la ecuaciones de Sellmeier y que dependen del cristal que se utilice.

En conclusión la función $F(\cdot)$ tiene la siguiente estructura

$$\begin{aligned} F(\cdot) &= \alpha(\text{propiedades temporales del bombeo}) \times \\ &\quad \Phi_L(\text{propiedades del cristal}) \times \Phi_T(\text{propiedades espaciales del bombeo}), \end{aligned} \quad (5)$$

lo cual permite hacer un análisis del estado cuántico del *SPDC* al manipular las propiedades del cristal y el bombeo. Cuando podemos controlar el estado cuántico del SPDC se dice que hacemos ingeniería de estados cuánticos. Como una aplicación de lo anterior podemos determinar las condiciones experimentales del cristal y el bombeo para obtener estados cuánticos factorizables y no factorizables [3].

4. Espectro angular (EA)

El espectro angular es igual a [4]

$$\begin{aligned} R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) &= \int_{\mathbb{R}^3} d^3 k_i \langle \Psi | \hat{n}_i(\vec{k}_i) | \Psi \rangle \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} d^3 k_i \langle \Psi | \hat{1} \otimes \hat{n}_i(\vec{k}_i) | \Psi \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

calculando
obtenemos

$$\begin{aligned} R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) &= \int d^3 k_s \int d^3 k_i \left| \tilde{F}(\vec{k}_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i) \right|^2 \\ &= \int d^2 k_s^\perp \int dk_s \int d^2 k_i^\perp \int dk_i J_s J_i \left| \tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, k_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, k_i) \right|^2 \\ &= \int d^2 k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2 k_i^\perp \int d\omega_i \times \\ &\quad \times k_s J_s k_i J_i \left| \tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_i) \right|^2, \end{aligned} \quad (7)$$

Realizando las transformaciones

$$(\vec{k}_\mu^\perp, k_{\mu z}) \rightarrow (\vec{k}_\mu^\perp, k_\mu) \rightarrow (\vec{k}_\mu^\perp, \omega_\mu),$$

4.1. EA aproximación de bombeo de onda continua

Procederemos a considerar que el bombeo es de onda continua. Lo cual significa que el bombeo es monocromático, entonces

$$|\alpha(\omega_s + \omega_i, \omega_p)|^2 \approx \delta(\omega_p - \omega_s - \omega_i).$$

Por lo cual

$$R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) = \int d^2 k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2 k_i^\perp \cdot k_s J_s k_i J_i \left| \tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s) \right|^2. \quad (8)$$

4.2. EA aproximación de resolución perfecta

Suponiendo resolución perfecta, tenemos

$$\left| u(\vec{k}_\mu^\perp, \vec{k}_{\mu 0}^\perp) \right|^2 = \delta(\vec{k}_\mu^\perp - \vec{k}_{\mu 0}^\perp),$$

por lo cual

$$R_s^{(0)}(\vec{k}_{s0}^\perp) = \int d\omega_s \int d^2 k_i^\perp \cdot \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i \left| F(\vec{k}_{s0}^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s) \right|^2. \quad (9)$$

5. Experimento

El arreglo experimental es mostrado en la Figura (2). Primero debemos considerar que deseamos generar parejas de fotones del tipo I en un cristal negativo. Para lo cual, necesitamos que el bombeo sea una onda extraordinaria, entonces los fotones que se generen serán fotones ordinarios. Si τ es el plano que forman el eje óptico y el vector de propagación del bombeo, entonces la dirección de polarización lineal del bombeo es paralelo a este plano y la dirección de polarización lineal de los fotones es perpendicular a este plano. Primero necesitamos un láser que emita en una longitud de onda de 405 nm, bombeo. La preparación del haz de bombeo consiste en un filtro que bloque la luz espuria alrededor de 810 nm que proviene de este láser y una placa retardadora de media onda para rotar su polarización lineal; ambos elementos no son mostrados en la Figura (2).

El bombeo incide sobre el cristal BBO. Dentro del cristal cada fotón del bombeo existe una probabilidad de ser aniquilado y dar paso a la creación de dos fotones llamados señal y acompañante. La preparación del cristal consiste en generar un estado degenerado y no colineal. Lo cual significa que los fotones (señal y acompañante) con mayor probabilidad de emitirse sean los que tienen una longitud de onda de 810 nm y tienen el mismo ángulo de emisión. Para calcular la dirección preferencial del cristal se usa la Ecuación (4) dando un ángulo de *phasematching* de 29.3° . La longitud del cristal es 1mm.

Los fotones generados se propagan después del cristal, en donde se coloca un filtro que bloque el remanente del bombeo (F1) y un segundo filtro pasabanda centrado en 810 nm con un ancho de banda de 10nm (F2). De esta limitamos nuestro estudio a los fotones alrededor de la frecuencia angular degenerada. Para obtener el espectro angular colocamos una lente (L) de distancia focal $f = 25.4\text{mm}$ en una configuración $f - f$. En plano focal frontal se coloca el cristal y en el plano focal posterior (PF) una cámara CCD (*charge-coupled device*) ultra sensible para observar el espectro angular de la parejas de fotones. En la Figura (3) se muestra el espectro angular del *SPDC* con los parámetros descritos en esta sección y calculada por medio de una simulación numérica de la Ecuación (9).

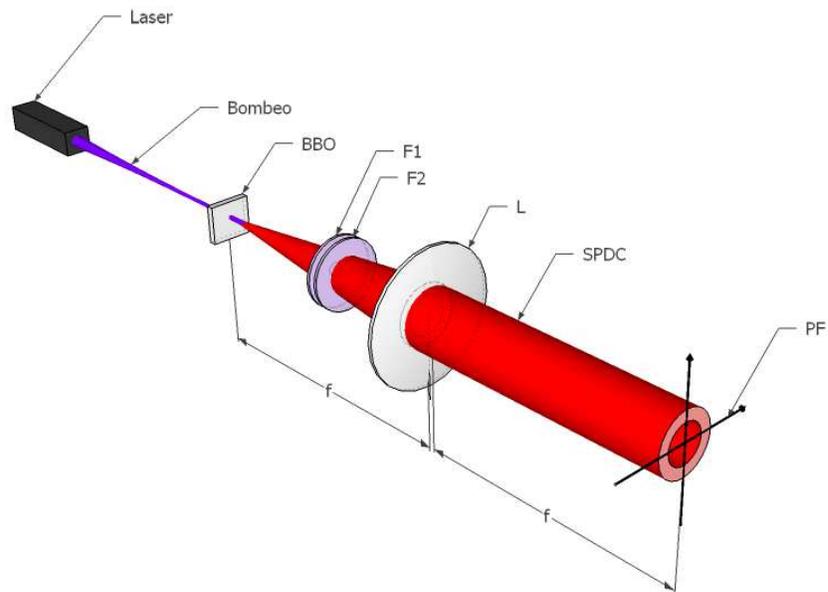


Figura 2: Arreglo experimental para obtener el espectro angular de la pareja de fotones.

6. Pormenores de la práctica

Cantidad de sesiones en el laboratorio: 2 sesiones.

7. Agradecimientos

Estas notas fueron realizadas con el apoyo de los proyectos PAPIME PE106415 (version 1) y PAPIME PE105917 (version 2). Agradecemos a los estudiantes Estefania, Samuel Corona Aquino, y Alberto Medina por su colaboración en la elaboración de estas notas.

Referencias

- [1] T. H. Maiman, "Stimulated Optical Radiation in Ruby," *Nature* **187**, 493-494 (1960).
- [2] P. Franken, A. Hill, C. Peters, G. Weinreich, "Generation of Optical Harmonics," *Phys. Rev. Lett.* **7**, 118-119 (1961).

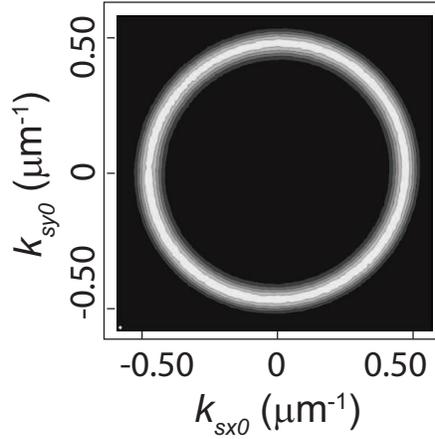


Figura 3: Espectro angular del *spdc* teórica.

- [3] H. Cruz-Ramirez, “Acondicionamiento del enredamiento espacial en parejas de fotones producidas por conversión paramétrica descendente,” Tesis doctoral, UNAM (2014).
- [4] Leonard Mandel and Emil Wolf, “Optical Coherence and Quantum Optics,” Cambridge University Press, 1995.
- [5] A. B. U’Ren and K. Banaszek and I. A. Walmsley, “Photon engineering for quantum information processing,” *Quantum Information and Computation* **3**, SPEC. ISS. 480-502 (2003).
- [6] C. K. Hong and L. Mandel, “Theory of parametric down conversion of light,” *Phys. Rev. A* **31**, 2409-2418 (1985).
- [7] Luis Edgar Vicent and Alfred B. U’Ren and Radhika Rangarajan and Clara I. Osorio and Juan P. Torres and Lijian Zhang and Ian A. Walmsley, “Design of bright, fiber-coupled and fully factorable photon pair sources,” *New J. Phys.* **12**, 093027 (2010).
- [8] J. C. Gutierrez-Vega and M. A. Bandres, “Helmholtz-Gauss waves,” *J. Opt. Soc. Am. A* **22**, 289-298 (2005).
- [9] Joseph W. Goodman, “Introduction to Fourier Optics,” Addison-Wesley Longman, 2005.