

# Interferencia y difracción I: experimento de Young (coherencia espacial).

## Versión 3.0

Héctor Cruz Ramírez<sup>1</sup>  
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM  
<sup>1</sup>hector.cruz@ciencias.unam.mx

septiembre 2017

## Índice

<b>1. Resumen</b>	<b>1</b>
<b>2. Introducción y objetivos</b>	<b>2</b>
<b>3. Teoría</b>	<b>2</b>
3.1. Aproximación de Fraunhofer . . . . .	3
3.2. Difracción de una rendija cuadrada . . . . .	3
3.3. Difracción de una doble rendija . . . . .	4
<b>4. Experimento</b>	<b>5</b>
4.1. Difracción producida por una rendija en régimen de Fraunhofer	5
4.2. Difracción producida por un cabello en régimen de Fraunhofer .	6
4.3. Experimento de Young en el régimen de Fraunhofer . . . . .	7
4.4. Difracción producida por una doble rendija en régimen de Fresnel	7
4.5. La visibilidad . . . . .	7
<b>5. Pormenores de la práctica</b>	<b>7</b>
<b>6. Agradecimientos</b>	<b>7</b>

## 1. Resumen

En esta práctica observaremos el patrón de interferencia producida por una rendija, una doble rendija y un cabello. Las ondas que utilizaremos serán las ondas electromagnéticas: **la luz**.



## 2. Introducción y objetivos

Los objetivos son los siguientes:

1. La difracción de la luz producida cuando un haz láser pasa por una rendija. Se medirá el patrón de intensidad producida por la difracción de Fraunhofer. Realizar el experimentos con todas la aperturas accesibles en el laboratorio. Tomar las imágenes con una cámara CCD y analizarlas.
2. La difracción de la luz producida cuando un haz láser pasa por un *cabello*. Se medirá el patrón de intensidad en el regimen de Fraunhofer. Este patrón de intensidad debe ser utilizado para medir el diámetro del cabello. En la industria esta implementación da como resultado un instrumento de medición llamado **micrómetro láser**[1]. Tomar una imagen con una cámara CCD y analizarla.
3. La difracción de la luz producida cuando un haz láser cuando pasa por una doble rendija **rendija**. Se medirá el patrón de intensidad en el regimen de Fraunhofer. Realizar el experimentos con todas la aperturas accesibles en el laboratorio. Tomar las imágenes con una cámara CCD y analizarlas. Este es el experimento clásico e importante de Young. Es importante hacer notar que el experimento de Young es fundamental para entender experimentos en la mecánica cuántica, o entender técnicas de caracterización de pulsos ultra-cortos.
4. La última implementación será observar el patrón de intensidad producida cuando un haz láser pasa por una **doble rendija** en el regimen de Fresnel. El alumno deberá registrar la transición el regimen de Fresnel al regimen de Fraunhofer como una cámara CCD.

## 3. Teoría

La propagación de las ondas es un problema fundamental. La idea es que si conocemos la función de onda a un tiempo  $t_0$ ,  $\psi_0 = \psi(\vec{x}, t_0)$ , entonces podemos calcular a un tiempo posterior  $t_p$  la función de onda,  $\psi_p = \psi(\vec{x}, t_p)$ . Este calculo en 3-dimensiones se puede realizar mediante el **principio de Huygens**[2], el cual consiste en considerar que cada punto del frente de onda es una fuente puntual, entonces, el frente de onda de  $\psi_p$  se construye con la envolvente de todas las ondas producidas por todas las fuentes puntuales del frente de onda de  $\psi_0$ ; y además, cada fuente puntual es coherente, por lo cual, es posible observar en el tiempo de observación el **patrón de intensidad** producido por la interferencia de estas fuentes[2]. Suponiendo que un onda incide sobre un obstáculo (en nuestro caso un cabello o la doble rendija) entonces el frente de onda inmediatamente después del obstáculo (considerando solamente las zonas donde no hay obstrucción) aplicamos el principio de Huygens a una distancia  $z$  de la obstrucción y obtenemos el patrón de intensidad. Todo esto es conocido como difracción.

La difracción puede calcularse en la aproximación de campo cercano (difracción de Fresnel) o en la aproximación de campo lejano (difracción de Fraunhofer). En este trabajo utilizaremos la aproximación de campo lejano, lo cual significa que el punto donde observamos el patrón de intensidad está lo suficiente lejano a la obstrucción (cabello o doble rendija). En esta aproximación es válido el **Principio de Babinet**, este principio establece que el patrón de intensidad de un cuerpo opaco (el cabello) es idéntica al de un objeto con un abertura del misma forma al cuerpo opaco (una placa con una rendija cuyo ancho sea igual al del cabello).

### 3.1. Aproximación de Fraunhofer

La luz puede ser representada por una función de amplitud compleja  $U_0(x, y)$  [2], ver práctica óptica de Fourier I: transformada de Fourier, entonces la amplitud compleja cambia al propagarse una distancia  $z$  por [2]

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \frac{e^{ikz} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi d\eta U_0(\xi, \eta) \exp \left[ -i\frac{2\pi}{\lambda z} (x\xi + y\eta) \right] \\ &= \frac{e^{ikz} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)}}{i\lambda z} \mathcal{F}\{U_0(\xi, \eta)\}|_{f_x=x/\lambda z, f_y=y/\lambda z}, \end{aligned} \quad (1)$$

en otras palabras, la amplitud compleja  $U(x, y)$  resultante cuando la luz se propaga una distancia  $z$  es la transformada de Fourier de  $U_0(x, y)$  por una fase constante [2].

### 3.2. Difracción de una rendija cuadrada

Si consideramos una onda plana, entonces su amplitud compleja es constante,  $U_p(x, y) = 1$ . Luego tenemos que se encuentra una rendija, ver Figura (1 a), cuya **función de transferencia** es

$$T(x, y) = \text{Rect}(x/a)\text{Rect}(y/b), \quad (2)$$

donde la función Rect esta dada por

$$\text{Rect}(x) = \begin{cases} 1 & |x| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & |x| = \frac{1}{2} \\ 0 & \text{otro caso;} \end{cases} \quad (3)$$

por lo cual, tenemos que  $U_0(x, y) = T(x, y) \cdot U_p(x, y)$ . Obteniendo la transformada de Fourier

$$\mathcal{F}\{U_0(\xi, \eta)\} = \frac{ab}{2\pi} \text{sinc} \left( \frac{af_x}{2} \right) \text{sinc} \left( \frac{bf_y}{2} \right), \quad (4)$$

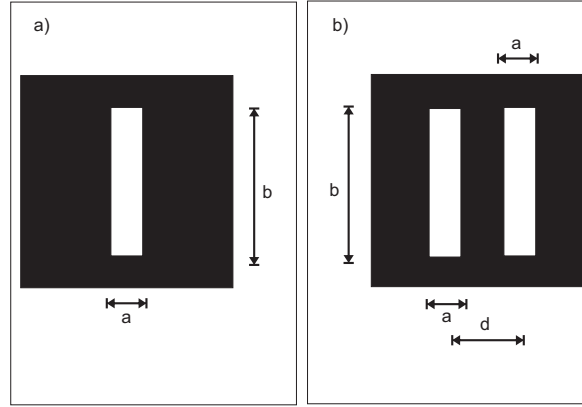


Figura 1: a) Una rendija. b) Doble rendija. En el esquema se muestran los parámetros importantes.

de donde la función sinc esta dada por

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}; \quad (5)$$

de lo anterior se calcula el patrón de intensidad obtenido a una distancia  $z$ , el cual es

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2 \propto \text{sinc}^2\left(\frac{af_x}{2}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{bf_y}{2}\right) \Big|_{f_x=x/\lambda z, f_y=y/\lambda z}. \quad (6)$$

### 3.3. Difracción de una doble rendija

De igual forma consideramos una onda plana, entonces su amplitud compleja es constante,  $U_p(x, y) = 1$ . Luego tenemos que se encuentra una doble rendija, ver Figura (1 b), cuya **función de transferencia** es

$$U_0(x, y) = [\text{Rect}(x/a - d)\text{Rect}(x/a + d)] \text{Rect}(y/b). \quad (7)$$

Obteniendo se transformada de Fourier, se tiene

$$\mathcal{F}\{U_0(\xi, \eta)\} = \frac{ab}{\pi} \cos(adf_x) \text{sinc}\left(\frac{af_x}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{bf_y}{2}\right), \quad (8)$$

de lo anterior se calcula el patrón de intensidad obtenido a una distancia  $z$ , el cual es

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2 \propto \cos^2(adf_x) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{af_x}{2}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{bf_y}{2}\right) \Big|_{f_x=x/\lambda z, f_y=y/\lambda z}. \quad (9)$$

A continuación describiremos el experimento.

## 4. Experimento

### 4.1. Difracción producida por una rendija en regímen de Fraunhofer

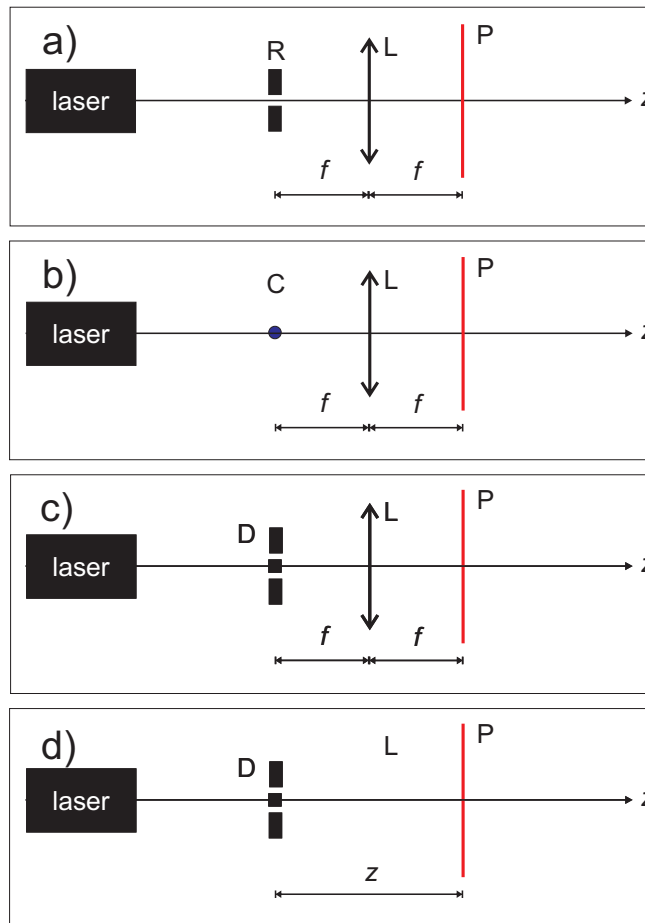


Figura 2: Los diferentes arreglos experimentales usados en esta práctica

Hacemos incidir un haz láser sobre un cabello, ver Figura (2 a). Colocamos la rendija (R) a un distancia cercana al láser. Sea  $a$  el ancho de esta (consideramos  $b$  infinito). Si colocamos una lente L de distancia focal  $f$  en la configuración  $f - f$ , ver Figura (2 a). A una distancia  $f$  de la lente se coloco una pantalla (P) o una cámara CCD, entonces podremos observar el patrón de intensidad en la aproximación de campo lejano. La función de colocar la lente L es para *traer del infinito el patrón de Fraunhofer*. Se tiene que tomar en cuenta que  $z = f$  en la ecuaciones de la sección anterior.

## 4.2. Difracción producida por un cabello en regimen de Fraunhofer

Hacemos incidir un haz láser sobre un cabello (C), ver Figura (2 b). Supongamos que el cabello es estirado a lo largo del eje  $y$ . Sea  $W_x$  el diámetro de este. Si colocamos una lente L de distancia focal  $f$  en la configuración  $f - f$ , ver Figura (2 b). A una distancia  $f$  de la lente se coloco una pantalla (P) o una cámara CCD, entonces podremos observar el patrón de intensidad en la aproximación de campo lejano, el cual esta dado por[2]

$$I(x) \propto \text{sinc}^2\left(\frac{\pi W_x x}{\lambda z}\right), \quad (10)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda del láser (633nm en nuestro caso) y el origen del sistema coordinado se encuentra en el cabello. La ecuación anterior describe un patrón de intensidad de franjas brillantes y oscuras. De la misma ecuación podemos deducir el diámetro del cabello. Conociendo  $z = f$ , y la distancia entre las dos primeras franjas oscuras  $\Delta x$  y observando la gráfica de la función  $\text{sinc}^2$  (ver Figura 3) tenemos

$$\frac{\pi W_x \Delta x}{\lambda z} = 2\pi, \quad (11)$$

y de la cual se puede deducir  $W_x$ .

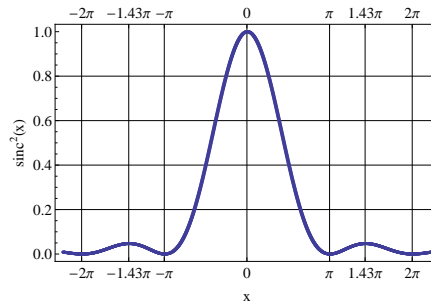


Figura 3: Gráfica de la función  $\text{sinc}^2$



### 4.3. Experimento de Young en el regimen de Fraunhofer

Hacemos incidir un haz láser sobre una doble rendija (D), ver Figura (2 c). Supongamos que cada rendija tiene un ancho  $a$  y están separadas una distancia  $d$  (respecto a los centros de cada rendija). Si colocamos una lente L de distancia focal  $f$  en la configuración  $f - f$ , ver Figura (2 c). A una distancia  $f$  de la lente se coloca una pantalla (P) o una cámara CCD, entonces podremos observar el patrón de intensidad en la aproximación de campo lejano, el cual está dado por la Ecuación (9)[2, 3]. El patrón de intensidad es formado por franjas brillantes y oscuras, y está dado por[3]

### 4.4. Difracción producida por una doble rendija en regimen de Fresnel

En este experimento removemos la lente L, ver Figura (2 d), y observamos el patrón de intensidad lo más cercano a la doble rendija (D) con la pantalla (P) o la cámara CCD. Después, este patrón será observado variando la distancia ( $z$ ) de D a la pantalla o cámara CCD. Determinar a que distancia el patrón de fresnel es similar a patrón de Fraunhofer.

### 4.5. La visibilidad

Para cada una de las imágenes obtenidas se debe calcular la **visibilidad**, definida como (usando las irradiancias)

$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (12)$$

## 5. Pormenores de la práctica

La práctica es de dos sesiones de laboratorio.

## 6. Agradecimientos

Estas notas fueron realizadas con el apoyo de los proyectos PAPIME PE107618 (versión 3), PE105917 (version 2) y PE106415 (version 1). Agradecemos a los estudiantes Samuel Corona Aquino, Javier Alejandro López Alfaro, Jorge Arturo Monroy Ruz y Francisco Javier Morelos Medina por su contribución a la elaboración de estas notas.

## Referencias

- [1] Ver por ejemplo la página de MICRÓMETROS DE MÉXICO: “<http://www.micromex.com.mx/>”.



- [2] J. W. Goodman, "Fourier Optics," Robert & Company Publishers, 3ra ed. (2005).
- [3] E. Hecht y A. Zajac, "Óptica," Fondo Educativo Interamericano, 1977.