

Electrostática II: superficies equipotenciales y
líneas de campo eléctrico
Versión 1.0

Héctor Cruz Ramírez¹
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM
¹hector.cruz@ciencias.unam.mx

septiembre 2017

Índice

1. Objetivos	2
2. Teoría	2
3. Experimento	3
3.1. Configuración de cargas eléctricas	3
3.2. Algoritmo	5
4. Pormenores de la práctica	6
5. Agradecimientos	7

1. Objetivos

Los objetivos son los siguientes:

1. Obtener las superficies equipotenciales (proyección en un plano) de varias configuraciones de carga eléctrica.
2. Con las superficies equipotenciales obtener las líneas de campo eléctrico.

2. Teoría

La diferencia de potencial es un campo escalar que en nuestro caso sólo depende de dos coordenadas espaciales, $\vec{r} = (x, y)$,

$$\phi = \phi(\vec{r}), \quad (1)$$

y es igual al trabajo por unidad de carga necesario para mover de infinito a la posición \vec{r} una carga q en presencia de un campo eléctrico estático, $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$ [1, 2]. Si $\rho = \rho(\vec{r})$ es la densidad de carga eléctrica (estática) tenemos que se cumple la Ley de Gauss[1, 2]

$$\nabla_T \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2)$$

donde $\nabla_T = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})$; y además, tenemos que el campo eléctrico y la diferencia de potencial están relacionados mediante[1, 2]

$$\vec{E} = -\nabla_T \phi, \quad (3)$$

entonces

$$\nabla_T^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (4)$$

En conclusión, las superficies equipotenciales son las **curvas de nivel** de la diferencia de potencial

$$\phi(\vec{r}) = \text{cte}, \quad (5)$$

y las líneas de campo eléctrico son las curvas perpendiculares a las anteriores, por la Ecuación (3).

3. Experimento

Existen diferentes formas de medir las superficies equipotenciales. Un método consiste en colocar electrodos, con la forma de la distribución de carga deseada, en una solución electrolitica (p. ej. cloruro de potasio, KCl) contenida en un recipiente de acrílico[3]. Se aplica una voltaje alterno (AC) a los electrodos y se mide en diferentes puntos la caída de potencial[3]. Otra forma, que es similar al anterior, consiste en dibujar con tinta conductora electrodos con la distribución de carga eléctrica deseada en un papel conductor[4]; entonces, se aplica voltaje directo (DC) en los electrodos y se mide la caída de potencial en diferentes puntos[4]. Este último método es que se implementará en esta práctica. Un método para obtener de forma cualitativa las líneas de campo eléctrico es mediante un Generador de Van de Graaff[1].

En la Figura (1) se muestra el arreglo experimental propuesto. En una tabla aislante con electrodos, C, se coloca la hoja conductura con la configuración de carga (ver la siguiente sección) dibujada con tinta conductura. La hoja conductura tiene dibujada una malla de puntos. La configuración debe ser dibujada tal que haga contacto con los electrodos. Con una fuente de voltaje, F, constante se aplica voltaje a los electrodos. Con el multímetro, M, se mide la diferencia de potencial en cada punto de la malla; tomando como referencia la salida negativa de F.

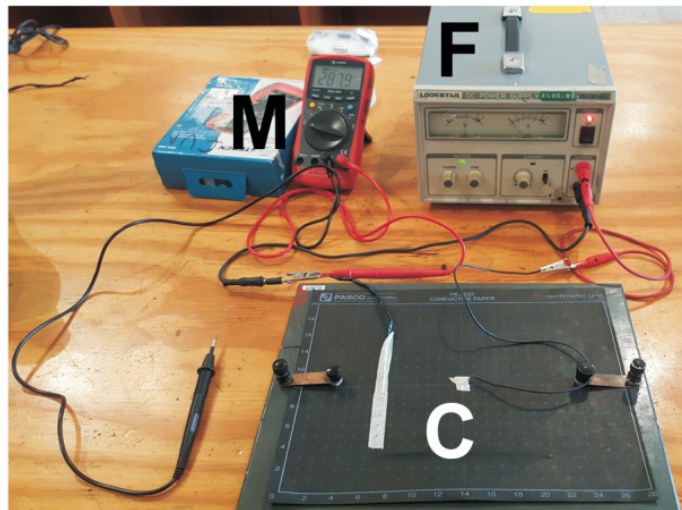


Figura 1: Arreglo experimental.

3.1. Configuración de cargas eléctricas

En la Figura (2) se muestran las diferentes distribuciones de carga eléctrica que deberán implementarse. A continuación se detallan cada inciso de la figura

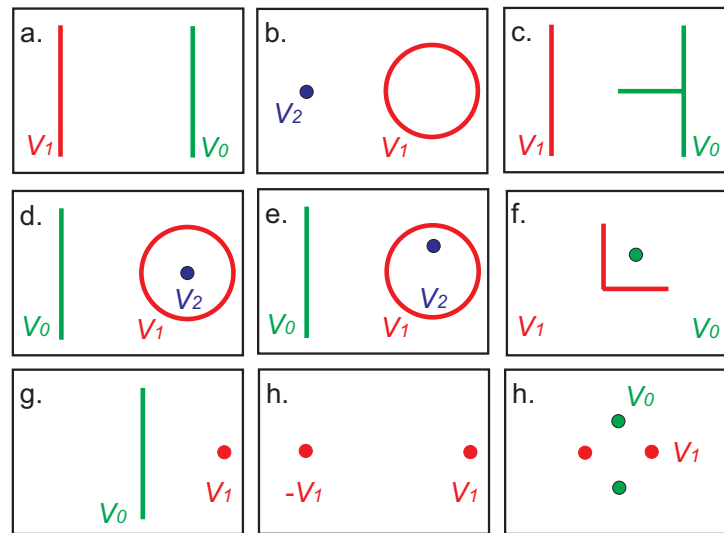


Figura 2: Diferentes distribuciones de carga eléctrica para esta práctica.

- a. Capacitor. Dos líneas conductoras paralelas. Parámetros sugeridos: $V_0 = 0$ y $V_1 = 10V$.
- b. Conductor cilíndrico hueco (*shell*) y una carga externa. Parámetros sugeridos: $V_1 = 2V$ y $V_2 = 10V$.
- c. Pararrayos. Una distribución de carga en forma de T (pararrayos) y simulando las nubes una línea de carga. Parámetros sugeridos: $V_0 = 0$ y $V_1 = 10V$.
- d. Una carga centrada dentro de un (*shell*) y de referencia una línea de carga externa. Parámetros sugeridos: $V_1 = 10V$, $V_2 = 5V$ y $V_0 = 0V$.
- e. Una carga descentrada dentro de un (*shell*) y de referencia una línea de carga externa. Parámetros sugeridos: $V_1 = 10V$, $V_2 = 5V$ y $V_0 = 0V$.
- f. Una distribución de carga de forma L y una carga colocada simétricamente. Parámetros sugeridos: $V_1 = 10V$ y $V_0 = 0V$.
- g. y h Método de imágenes. Primero se implementa una línea de carga (conectada a tierra) y se coloca una carga, q , a una distancia d de esta última. La carga debe estar colocada simétricamente. Se mide las superficies equipotenciales. Después, se sustituye la línea de carga con una carga $-q$ a una distancia $-d$. Entonces, se debería obtener las mismas superficies equipotenciales. Parámetros sugeridos: $V_1 = 10V$ y $V_0 = 0V$. Esta última configuración sería un dipolo eléctrico.
- d. Cuadrupolo eléctrico. Parámetros sugeridos: $V_1 = 10V$, $V_0 = -10V$.

3.2. Algoritmo

El alumno deberá proponer un algoritmo que a partir de los datos experimentales obtenga las superficies equipotenciales y cómo segundo paso las líneas de campo eléctrico. Un esquema general del algoritmo podría ser:

1. Definida la malla de $N \times M$ en la hoja conductora, entonces en cada punto se mide el voltaje. Teniendo el conjunto de puntos

$$\{(x_i, y_j, V_{i,j}), \text{ con } i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M\}. \quad (6)$$

Ver Figura (3) para observar un ejemplo.

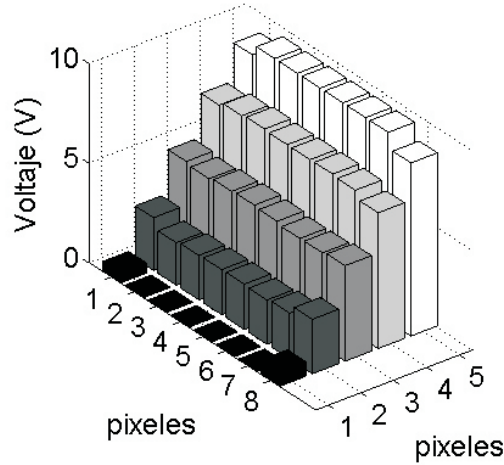


Figura 3: Datos experimentales.

2. Podría suceder que la cantidad de puntos sea muy pequeña para poder determinar las líneas equipotenciales, con el ejemplo de la (3). En ese caso se podría interpolar puntos en la malla, que en primera aproximación sería una interpolación lineal de dos dimensiones. En la Figura (4) se representa una sección de la malla de puntos. Si quisiéramos interpolar un valor del voltaje V en un punto dentro de la malla, por ejemplo el punto (x, y) en la región R . Ver Figura (4). Entonces, se tiene[5]

$$V = [(x_i - x)(y_i - y)V_{i-1,j-1} + (x_i - x)(y - y_{j-1})V_{i-1,j} + \quad (7)$$

$$(x - x_{i-1})(y_j - y)V_{i,j-1} + (x - x_{i-1})(y - y_{j-1})V_{i,j}] / \quad (8)$$

$$[(x_i - x_{i-1})(y_j - y_{j-1})]. \quad (9)$$

El resultado de interpolar los puntos mostrados en la Figura (3) se muestra en la Figura (5)

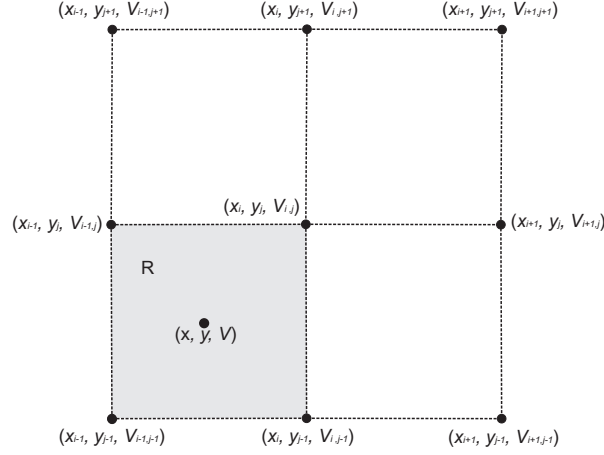


Figura 4: Sección de la malla de puntos con el valor de voltaje medido en el punto correspondiente.

- Después de realizar la interpolación lineal, se podrá determinar los puntos que cumplan la condición de línea equipotencial. En este caso no podremos hacer $V_{i,j} = V_0 = \text{cte}$, ya que es una condición demasiado restrictiva, por lo cual, la condición adecuada será

$$V_0 < V_{i,j} < V_0 + \Delta V, \quad (10)$$

donde ΔV se eligió de tal forma que solo se tenga una línea continua. En la Figura (6) se muestra el resultado de determinar las líneas equipotenciales de los datos de la Figura (5).

- Para obtener el campo eléctrico, el cual debe ser perpendicular a las líneas equipotenciales, usamos la Ecuación (3) y las derivadas de segundo orden numéricas[5]. Por ejemplo, si consideramos el punto (x_i, y_j) en la malla de la Figura (4), tenemos que

$$\begin{aligned} \vec{E} &= (E_i, E_j) \\ &= - \left(\frac{V_{i+1,j} - 2V_{i,j} + V_{i-1,j}}{x_{i+1} - x_i}, \frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{y_{i+1} - y_i} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

En la Figura (7) se muestra el campo eléctrico calculado de los puntos de la Figura (5).

4. Pormenores de la práctica

La práctica es de tres sesiones de laboratorio.

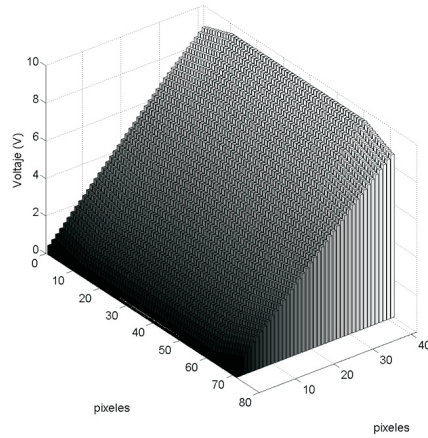


Figura 5: Resultado de interpolar los puntos experimentales

5. Agradecimientos

Estas notas fueron realizadas con el apoyo del proyecto PAPIME PE105917. Agradecemos a los estudiantes Samuel Corona Aquino y Javier Alejandro López Alfaro por su contribución a la elaboración de estas notas.

Referencias

- [1] R. A. Serway, “Física, incluye Física Moderna (Tomo II),” McGraw-Hill, Segunda Edición (1993).
- [2] Halliday-Resnick-Walker, “Fundamentals of Physics,” John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [3] R. B. Khaparde and H. C. Pradhan, “An experiment on equipotential curves,” *Phys. Educ. (India)* **27**, 1 (2010).
- [4] J. A. Phillips J. Sanny, D. Berube, and A. Hoemke, “Beyond the point charge: equipotential surfaces and electric fields of varios charge configurations,” *Phys. Teach.* **55**, 71 (2017).
- [5] Shoichiro Nakarumra, “Métodos Numéricos Aplicados con Software,” Prentice Hall, 1992.

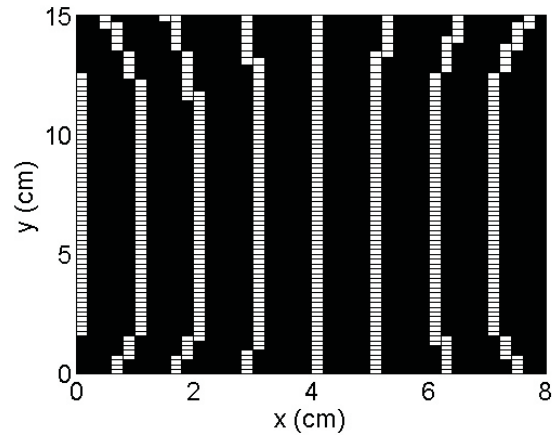


Figura 6: Líneas equipotenciales.

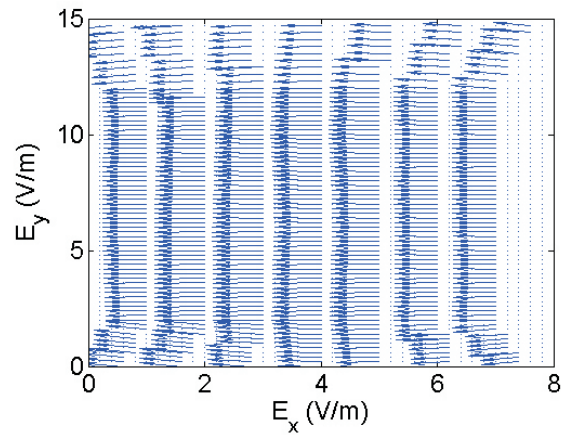


Figura 7: Líneas equipotenciales.