

Polarización II: medición de los parámetros de  
polarización de Stokes.  
Versión 3.0

Héctor Cruz Ramírez<sup>1</sup>  
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM  
<sup>1</sup>hector.cruz@ciencias.unam.mx

octubre 2018

## Índice

1. Objetivos	1
2. Teoría	2
3. Experimento	3
4. Pormenores de la práctica	7
5. Agradecimientos	7

## 1. Objetivos

Los objetivos de la práctica son los siguientes:

1. Determinar el *eje de polarización* de un polarizador lineal.
2. Determinar el *eje rápido* o el *eje lento* de una placa retardadora  $\lambda/2$
3. Medir los parámetros de polarización de Stokes para un láser y de un haz láser linealmente polarizado mediante el *ángulo de Brewster*.

Edo. Polarización	$S$	Edo. Polarización	$S$
no polarizada	$I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	lineal (horizontal)	$I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
lineal (vertical)	$I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	lineal (+45°)	$I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
lineal (-45°)	$I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	circular (derecha)	$I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
circular (izquierda)	$I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$		

Cuadro 1: Vectores de Stokes para algunos estados de polarización de la luz

## 2. Teoría

El estado de polarización de la luz puede ser representado por los **parámetros de polarización de Stokes**, mediante un vector de Stokes  $S$  [1, 2, 3].

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_4 \end{pmatrix} \quad (1)$$

El alumno deberá reportar las expresiones en términos del campo eléctrico de estos parámetros. La luz con algunos estados de polarización importantes en términos de los vectores de Stokes  $S$  se muestra en la Tabla (1) [1].

Para determinar como cambia el estado de polarización de la luz por la interacción con un elemento óptico (EO), debemos considerar que un elemento óptico puede ser representado por una matriz  $M$  de  $4 \times 4$  de tal forma que si  $S$  es el vector de Stokes a la entrada del EO y  $S'$  es el vector de Stokes a la salida del mismo, tenemos[1]

$$S' = M S. \quad (2)$$

La generalización es inmediata. Si la luz pasa por un primer EO ( $M_1$ ) y luego por un segundo EO ( $M_2$ ) y así sucesivamente hasta un  $N$ -ésimo EO ( $M_N$ ), tenemos

$$S' = M_N \cdots M_2 M_1 S. \quad (3)$$

En esta práctica utilizaremos dos elementos ópticos: un polarizador lineal y una placa retardadora de  $\lambda/2$ . La matriz asociada a un polarizador lineal esta dada por [1] (normalizada)

$$M_p(\alpha) = \frac{p^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) & 0 \\ \cos(2\alpha) & \cos^2(2\alpha) & \sin(2\alpha)\cos(2\alpha) & 0 \\ \sin(2\alpha) & \sin(2\alpha)\cos(2\alpha) & \sin^2(2\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo que hace el eje  $x$  con el eje del polarizador ( $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ ) y  $p$  es la amplitud de atenuación del polarizador (supondremos que  $p^2 = 1$ ). La matriz asociada con una placa retardadora de  $\lambda/2$  o  $\lambda/4$  [1]

$$M_R(\psi, \theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\theta) + \cos(\phi)\sin^2(2\theta) & (1 - \cos(\phi))\sin(2\theta)\cos(2\theta) & \sin(\phi)\sin(2\theta) \\ 0 & (1 - \cos(\phi))\sin(2\theta)\cos(2\theta) & \sin^2(2\theta) + \cos(\phi)\cos^2(2\theta) & -\sin(\phi)\cos(2\theta) \\ 0 & \sin(\phi)\sin(2\theta) & \sin(\phi)\cos(2\theta) & \cos(\phi) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

donde  $\theta$  es el ángulo que hace el eje  $x$  con el eje rápido de la placa retardadora y tenemos  $\psi = \pi$  para  $\lambda/2$  y  $\psi = \pi/2$  para  $\lambda/4$ .

### 3. Experimento

El experimento se realizará en tres partes (y un cuarto paso alterno).

1. Para determinar el eje de polarización de un polarizador se debe usar un haz linealmente polarizado. El haz linealmente polarizado se obtendrá mediante la reflexión de un haz que incide con un ángulo de incidencia igual al ángulo de Brewster. En esta configuración tendremos un haz con

polarización lineal y vertical,  $S_V = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , entonces el vector de Stokes

después del polarizador será

$$\begin{aligned} S'_V(\alpha) &= M_p(\alpha) S_V \\ &= \frac{I_0 p^2}{2} \begin{pmatrix} \sin^2(\alpha) \\ -\sin^2(\alpha) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

donde claramente el primer elemento de  $S'_V(\alpha)$  es la ley de Malus.

2. Para determinar algún eje (rápido o lento) de la placa de  $\lambda/4$  consideramos un haz no polarizado,  $S_{NP}$ . Después colocamos dos polarizadores cruzados (el ángulo entre sus ejes de polarización es de  $\pi/2$ ). Finalmente, insertamos una placa retardadora de  $\lambda/4$ , en esta configuración tenemos

$$\begin{aligned}
 S'(\theta) &= M_p(0) M_R(\pi/2, \theta) M_p(\pi/2) S_{NP} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos^2(2\theta) \sin^2(2\theta) \\ -\cos^2(2\theta) \sin^2(2\theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

donde hemos normalizado. La gráfica de  $S_0$  variando  $\theta$  se muestra en la Figura (1).

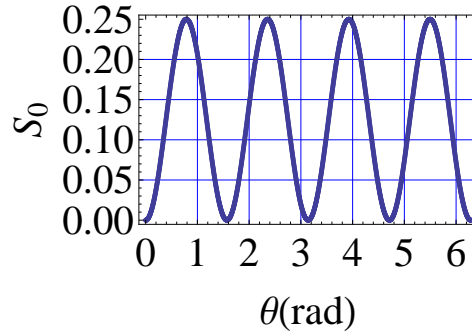


Figura 1: Placa retardadora de  $\lambda/4$  entre dos polarizadores cruzados.

De igual forma podremos determinar algún eje (rápido o lento) de la placa de  $\lambda/2$  con la siguiente configuración

$$\begin{aligned}
 S'(\theta) &= M_p(0) M_R(\pi, \theta) M_p(\pi/2) S_{NP} \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \cos^2(2\theta) \sin^2(2\theta) \\ -2 \cos^2(2\theta) \sin^2(2\theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8)
 \end{aligned}$$

donde hemos normalizado. La gráfica de  $S_0$  variando  $\theta$  se muestra en la Figura (2).

3. Para medir los parámetros de polarización de Stokes se implementa la configuración mostrada en la Figura (3)[4]. La mesa óptica es paralela al plano  $x - z$  y el eje  $z$  es paralelo al eje óptico del sistema. Para medir los

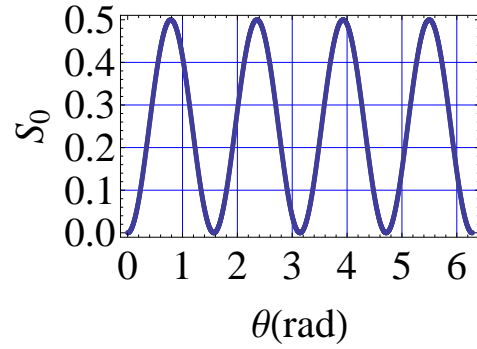


Figura 2: Placa retardadora de  $\lambda/2$  entre dos polarizadores cruzados.

parámetros de Stokes de una fuente F se colocan una placa retardadora de  $\lambda/4$ , R, y un polarizador, P. Los ejes rápido (f) y lento (s) de R son conocidos sus direcciones; al igual que la dirección del eje de polarización (c) de P. Si se considera que el ángulo del eje rápido de R con respecto al eje  $x$  es  $\theta = 0$ , entonces, en esta configuración si la luz que entra al sistema R-P tiene un vector de Stokes

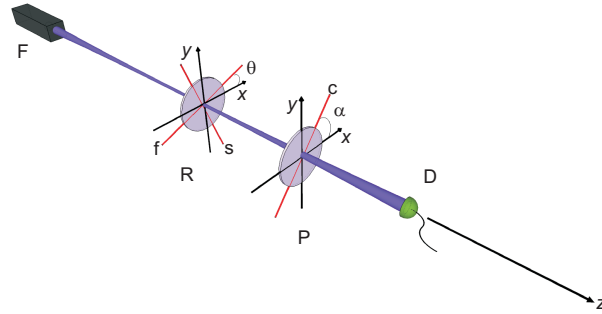


Figura 3: Arreglo experimental para medir los parámetros de Stokes.

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_4 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

entonces a la salida tendremos

$$S'(\alpha, \theta) = M_p(\alpha) M_R(\pi/2, \theta) S, \quad (10)$$

de donde se obtiene (y se mide en el detector D)

$$S'(\alpha, \theta) = I(\alpha, \theta) = \frac{1}{2} \{S_0 - S_3 \cdot \sin [2(\alpha - \theta)] + \cos [2(\alpha - \theta)] \cdot [S_1 \cos(2\theta) + S_2 \sin(2\theta)]\}. \quad (11)$$

De la ecuación anterior se deduce que en ciertas orientaciones de la placa retardadora y polarizador, se obtienen las siguientes mediciones

$$\begin{aligned} I(0, 0) &= \frac{S_0}{2} + \frac{S_1}{2} \\ I(\pi/2, 0) &= \frac{S_0}{2} - \frac{S_1}{2} \\ I(\pi/4, 0) &= \frac{S_0}{2} + \frac{S_3}{2} \\ I(\pi/4, \pi/4) &= \frac{S_0}{2} + \frac{S_2}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

donde se deducen las componentes del vector de Stokes. La medición de los tres primeros parámetros se realizan sin R. La medición del cuarto parámetro se realiza insertando R para lo cual se debe tomar en cuenta la amplitud de atenuación,  $p$ ; entonces, se debe considerar (este factor deberá medirse)

$$I(\pi/4, \pi/4) = p^2 \cdot \left( \frac{S_0}{2} + \frac{S_2}{2} \right). \quad (13)$$

4. Otra forma de medir los parámetros de Stokes, es mediante el uso del sistema: polarizador con su eje horizontal, una placa retardadora de  $\lambda/4$  y después una placa retardadora de  $\lambda/2$ . Entonces

$$S'(\theta, \beta) = I_2(\theta, \beta) = M_p(0) M_R(\pi/2, \theta) M_R(\pi, \beta) S, \quad (14)$$

de lo cual se obtiene (lo que se mide en el detector D)

$$I_2(\theta, \beta) = \frac{1}{2} \{S_0 + \cos(2\theta) [S_1 \cos(4\beta - 2\theta) + S_2 \sin(4\beta - 2\theta)] - S_3 \sin(2\theta)\} \quad (15)$$

Luego, escogiendo ciertos valores de los ángulos, obtenemos las siguientes mediciones

$$\begin{aligned} I_2(0, 0) &= \frac{S_0}{2} + \frac{S_1}{2} \\ I_2(0, \pi/8) &= \frac{S_0}{2} + \frac{S_2}{2} \\ I_2(0, -\pi/8) &= \frac{S_0}{2} - \frac{S_2}{2} \\ I_2(\pi/4, -\pi/8) &= \frac{S_0}{2} - \frac{S_3}{2}, \end{aligned} \tag{16}$$

la ventaja es que estas mediciones se pueden hacer con todos los elementos ópticos al mismo tiempo y por lo cual no hay necesidad de medir el factor de atenuación.

#### 4. Pormenores de la práctica

La práctica es de dos sesiones de laboratorio.

#### 5. Agradecimientos

Estas notas fueron realizadas con el apoyo de los proyectos PAPIME PE107618 (versión 3), PE105917 (version 2) y PE106415 (version 1). Agradecemos a los estudiantes Samuel Corona Aquino, Tonatiuh Tecandy Moztezuma Quistian, Omar Calderón Losada, Javier Alejandro López Alfaro, Jorge Arturo Monroy Ruz y Francisco Javier Morelos Medina por su contribución a la elaboración de estas notas.

#### Referencias

- [1] Edward Collett, “Polarized Light;” Marcel Dekker, Inc., 1992.
- [2] E. Hecht y A. Zajac, “Óptica 2da ed;” Addison-Wesley Iberoamericana, 1986.
- [3] Bahaa E. A Saleh y Malvin Carl Teich, “Fundamentals of photonics 2nd ed;” John Wiley & Sons, 2007.
- [4] H. G. Berry, G. Gabrielse, y E. Livingston, “Measurement of the Stokes parameters of light”, *Appl. Opt.* **16**, 3200-3205 (1977)