Ondas II: ondas estacionarias (cuerda). Versión 2.0

Héctor Cruz Ramírez[1]
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM
[1]hector.cruz@ciencias.unam.mx

febrero 2017

Índice

1. Resumen

2. Teoría

La dinámica de una **onda**, ψ, esta contenida en la ecuación*[1, 2],

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\,\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2}, \tag{1}$$

donde $\psi = \psi(x,t)$ es la función de onda y v es la velocidad de propagación de la misma. La Ecuación (1) es llama ecuación de onda, EO.

Las ondas pueden ser de dos tipos: ondas longitudinales y transversales.

En esta práctica estudiaremos ondas en una cuerda tensa. En este caso ψ es la deformación de la cuerda y esta es perpendicular a la dirección de propagación, por lo cual, son ondas transversales. La velocidad de propagación esta dada por

*Sólo consideramos el caso de una dimensión.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}, \tag{2}$$

donde T es la tensión a la que esta sujeta la cuerda y μ es la densidad lineal[1, 2].

Una solución a la ecuación (1) es un **pulso propagándose**, el cual se construye de la siguiente manera; primero determinamos la forma del pulso, $f = f(x)$, y después realizamos la sustitución $x \to x - vt$, por lo cual obtenemos

$$\psi(x,t) = f(x - vt), \tag{3}$$

que es solución de la ecuación (1).

La solución que nos interesa para esta práctica son las ondas estacionarias. Para obtener las ondas estacionarias en una cuerda tensa (T) debe cumplirse que los extremos de la misma deben estar fijos en todo tiempo. Si la cuerda tiene una longitud L y colocamos el origin de coordenadas en un extremo, tenemos que las condiciones en la frontera son

$$\begin{aligned} \psi(0,t) &= 0, \\ \psi(L,t) &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

La onda estacionaria tiene la forma

$$\psi(x,t) = \psi_0 \operatorname{sen}(kx)\cos(\omega t), \tag{5}$$

donde ψ_0 es la amplitud, $k = 2\pi/\lambda$ es el vector de onda, $\omega = 2\pi/\nu$ es la frecuencia angular, λ es la longitud de onda y ν es la frecuencia. Considerando las condiciones en la frontera y $v = \lambda\nu$, tenemos

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{6}$$

y

$$\nu_n = \frac{n\,v}{2L}, \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{7}$$

Para $n = 1$ la onda estacionaria esta en el modo fundamental y para $n = 2, 3, \ldots$ esta en armónicos; en conjunto se llaman *modos normales*.

3. Objetivos de la práctica

Los objetivos de la práctica son los siguientes:

1. Obtener el modo fundamental y algunos armónicos variando T y L.
2. Medir la velocidad de propagación.
3. Cuantificar el comportamiento de la amplitud.

4. Arreglo experimental

En la Figura (1) se muestra el arreglo experimental para obtener los modos normales. La descripción del arreglo experimental lo hará el estudiante en su reporte correspondiente.

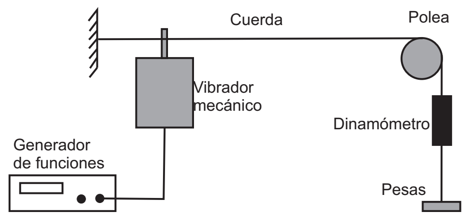

Figura 1: Arreglo experimental

5. Pormenores de la práctica

Cantidad de sesiones en el laboratorio: 2 sesiones.

6. Agradecimientos

Estas notas fueron realizadas con el apoyo de los proyectos PAPIME PE106415 (version 1) y PAPIME PE105917 (version 2). Agradecemos a los estudiantes Jorge Arturo Monroy Ruz y Francisco Javier Morelos Medina por su contribución en la elaboración de estas notas.

Referencias

[1] M. Alonso M. y E. J. Finn "Física," Addison-Wesley Iberoamericana (1995).

[2] R. A. Serway, "Física, incluye Física Moderna (Tomo I)," McGraw-Hill, Segunda Edición (1993).