FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE TERMODINÁMICA
PRIMER EXAMEN COLEGIADO 2013-2
SÁBADO 23 DE MARZO 7:00 (h)

Guillaume Amontons

Instrucciones: lea cuidadosamente los problemas que se ofrecen. Resuelva cualesquiera cuatro en dos horas y en el orden que usted desee. Se permite la consulta de cualquier documento propio.

1.Se realiza una aleación de oro $\left(\rho_{Au} = 19800\left(\frac{kg}{m^3}\right)\right)$ y cobre $\left(\rho_{Cu} = 8930\left(\frac{kg}{m^3}\right)\right)$, en proporciones desconocidas, para formar un lingote con dimensiones de $20(cm)x10(cm)x5(cm)$ y masa de $12(kg)$. Calcule el porcentaje que representa la masa de oro en la aleación.

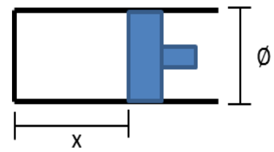
2.Un cubo de hielo $\left(c_{hielo} = 2100\left(\frac{J}{kg\ \Delta°C}\right)\right)$ se toma del congelador cuando está a $-10(°C)$ y se coloca en un calorímetro de aluminio $\left(c_{Al} = 900\left(\frac{J}{kg\ \Delta°C}\right)\right)$ de $114(g)$ que contiene $372(g)$ de agua $\left(c_{agua} = 1\left(\frac{cal}{g\ \Delta°C}\right)\right)$ a temperatura ambiente de $20(°C)$. Se observa que en la situación final hay sólo agua a $15(°C)$. Calcule, en (g), el hielo que se extrajo del congelador.
Considere $\lambda_f = 3{,}3x10^5\left(\frac{J}{kg}\right)$.

3.Una vasija contiene $8{,}45\,(g)$ de agua y el resto de la misma se llena con parafina. Cuando el agua se congela a $0\,(°C)$, se expulsan $0{,}62\,(g)$ de parafina. Si la densidad de la parafina se puede evaluar con la siguiente función $\rho_{parafina}(T) = \gamma(e)^{-\beta T}$ con $\beta = 9x10^{-4}(K^{-1})$ y $T\ en\ (K)$. Calcule, en $\left(\frac{g}{cm^3}\right)$, la densidad del hielo si a $20\,(°C)$ la densidad de la parafina es $0{,}80\left(\frac{g}{cm^3}\right)$. Considere la $\rho_{agua} = 1\left(\frac{g}{cm^3}\right)$.

4.Cuando el cono de la fig.1 está vacío y la altura del agua alcanza el punto A el desnivel "ΔZ" del manómetro es $150\,(mm)$. Calcule el desnivel del manómetro cuando el cono se encuentra completamente lleno de agua. Considere
la $P_{atm.} = 760(mmHg)$, $\rho_{agua} = 1000\left(\frac{kg}{m^3}\right)$.

5.En una prueba de calibración de un termistor se obtiene para una temperatura de $422(K)$ un valor de resistencia $\boldsymbol{R}$ de $0{,}31\,(\Omega)$ según la relación $R = R_0 e^{\left(\alpha\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right)}$, R_0 es la resistencia en (Ω), registrada a la temperatura T_0 en (K) y α es una constante con unidades de (K). Si para un termistor particular $R_0 = 2{,}2(\Omega)$ para $T_0 = 310(K)$, calcule, en (Ω), el valor de la resistencia $\boldsymbol{R}$ para una temperatura de $392(°F)$.

6.En el sistema cilindro-émbolo de la figura el émbolo tiene 15,6 (cm) de diámetro y una masa de 6 (kg). Cuando se encuentra a una distancia $x = 40{,}8(cm)$, la presión del gas confinado en el émbolo es 580 $(mmHg)$. Si la presión es inversamente proporcional al volumen, calcule, en (J), el trabajo que se requiere para situar al émbolo en $x = 15{,}12(cm)$. Considere $g = 9{,}78\left(\frac{m}{s^2}\right)$, $\rho_{Hg} = 13600\left(\frac{kg}{m^3}\right)$ y que el émbolo se mueve sin fricción.



7.En un sistema cilindro-pistón 544 (g) de vapor de agua se expanden según $PV^n = C$, siendo las condiciones iniciales de 3447 (kPa), 0,1062 $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$ y su energía interna de 3171 $\left(\frac{J}{g}\right)$. Se presenta una pérdida de 362 (kJ) de calor provocando que su energía interna final sea de 2304 $\left(\frac{kJ}{kg}\right)$. Calcule, en $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$, el volumen específico final. Considere $n = 1{,}35$.

8.Una turbina recibe una corriente de $18\left(\frac{kg}{s}\right)$ de un fluido a $40\left(\frac{m}{s}\right)$, $150(bares)$, $18{,}477\left(\frac{cm^3}{g}\right)$ y $2880{,}8\left(\frac{J}{g}\right)$ de energía interna. Salen dos corrientes: una a $160\left(\frac{m}{s}\right)$, con entalpia de $2961\left(\frac{J}{g}\right)$ y otra a $450\left(\frac{kg}{min}\right)$, $1(bar)$, $224\left(\frac{m}{s}\right)$, $1694{,}1\left(\frac{cm^3}{g}\right)$ y $u = 2505{,}6\left(\frac{kJ}{kg}\right)$. Si la turbina presenta una disipación de $23{,}5\left(\frac{MJ}{h}\right)$ de calor, calcule, en (kJ), la potencia mecánica que entrega la turbina.

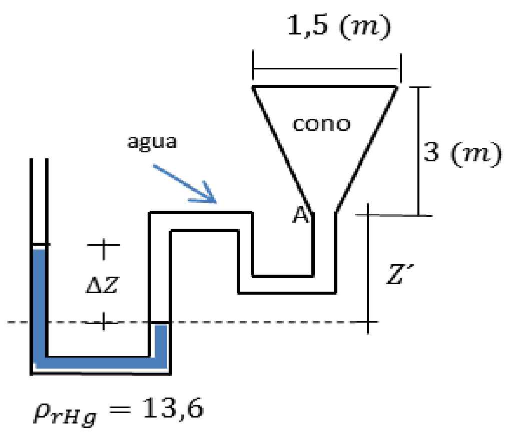


Fig.1

Solución del PRIMER EXAMEN COLEGIADO : Guillaume Amontons. sem-2013-2

Problema 1.

Datos: $\rho_{Au} = 19800\left(\frac{kg}{m^3}\right)$, $\rho_{Cu} = 8930\left(\frac{kg}{m^3}\right)$, $V_{Lingote} = 20(cm)x10(cm)x5(cm)$, $m_{lingote} = 12(kg)$.

Solución: considerando $\rho_{Lingote} = \frac{m_{Lingote}}{V_{Lingote}}$ **ec.1**

y $\rho_{Lingote} = X_{Au}\rho_{Au} + X_{Cu}\rho_{Cu}$ **ec.2**

Con $X_{Au} = \frac{V_{Au}}{V_L}$ ....**ec.3** y $X_{Cu} = \frac{V_{Cu}}{V_L}$ **ec.4**

que son las respectivas fracciones del oro y del cobre en la aleación,

y considerando que $X_{Au} + X_{Cu} = 1 \rightarrow X_{Cu} = 1 - X_{Au}$ **ec.5**

sustituyendo **ec. 5 en ec.2** $\rightarrow$ $\rho_{Lingote} = X_{Au}\rho_{Au} + (1 - X_{Au})\rho_{Cu}$ **ec.6**

Por lo que despejando la fracción de oro en la mezcla, X_{Au} :

$$X_{Au} = \frac{\rho_{Lingote}-\rho_{Cu}}{\rho_{Au}-\rho_{Cu}} = \frac{V_{Au}}{V_{Lingote}} = \frac{\frac{m_{Au}}{\rho_{Au}}}{V_{Lingote}} \quad \text{o}$$

$$\boldsymbol{\frac{\rho_{Lingote}-\rho_{Cu}}{\rho_{Au}-\rho_{Cu}} = \frac{m_{Au}}{V_L\ \rho_{Au}}}$$

Despejando la masa de oro, de la última ecuación:

$$\boldsymbol{m_{Au}} = (\rho_{Au})(V_L)\left(\frac{\rho_{Lingote} - \rho_{Cu}}{\rho_{Au} - \rho_{Cu}}\right)$$

Por lo que el porcentaje que representa la masa de oro en la aleación es

$$X_{Au} = \frac{(\rho_{Au})(V_L)\left(\frac{\rho_{Lingote}-\rho_{Cu}}{\rho_{Au}-\rho_{Cu}}\right)}{m_{lingote}}$$

Sustituyendo datos:

$$\boldsymbol{X_{Au} = 46,6}(\%)$$

Problema 2.

Datos: $c_{hielo} = 2100\left(\frac{J}{kg\ \Delta°C}\right)$, $T_{cubo} = -10(°C)$, $c_{Al} = 900\left(\frac{J}{kg\ \Delta°C}\right)$, $m_{c_{Al}} = 114(g)$, $m_{agua} = 372(g)$,

$c_{agua} = 1\left(\frac{cal}{g\ \Delta°C}\right)$, $T_{agua} = 20(°C)$, $T_{equilibrio} = 15(°C)$, $\lambda_f = 3{,}3x10^5\left(\frac{J}{kg}\right)$.

Solución:

$$m_{Al}c_{Al}(T_{i.Al} - T_{eq.}) + m_{agua}c_{agua}(T_{i.agua} - T_{eq.}) = \boldsymbol{m_{hielo}}[c_{hielo}(T_f - T_{i.hielo}) + \lambda_f + c_{agua}(T_{eq.} - T_f)]$$

Resolviendo para $\boldsymbol{m_{hielo}}$ y sustituyendo datos:

$$\boldsymbol{m_{hielo} = 20,06(g)}$$

Problema 3.

Datos: $m_{agua} = 8{,}45\ (g)$, $T_{congelación\ del\ agua} = 0\ (°C)$, $m_{parafina.expulsada} = 0{,}62\ (g)$, $\rho_{parafina}(T) = \gamma(e)^{-\beta T}$, $\beta = 9x10^{-4}(K^{-1})$, $T\ en\ (K)$, $\rho_{p.20(°C)} = 0{,}80\left(\frac{g}{cm^3}\right)$, $\rho_{agua} = 1\left(\frac{g}{cm^3}\right)$.

Solución: Considerando que la vasija inicialmente tenía agua líquida y parafina, pero a 0 (°C) el agua se congela y cambia su densidad cambiando por tanto su volumen, el volumen de parafina expulsado de la vasija es equivalente a la ganancia de volumen del agua al convertirse en hielo. Por tanto el volumen del hielo será:

$$V_{hielo} = V_{a.líq.} + V_{parafina\ expulsada} = \frac{m_{a.líq.}}{\rho_{a.líq.}} + \frac{m_{parafina}}{\rho_{parafina\ expulsada}} \quad \textbf{ec. 1}$$

Considerando que la masa del agua en su fase sólida y líquida es la misma, la densidad del hielo es:

$$\rho_{hielo} = \frac{m_{agua}}{V_{hielo}} \quad \textbf{ec. 2}$$

Con las condiciones iniciales se obtendrá el valor de la constante "γ"

$$\text{De}\ \ \rho_{parafina}(T_{293(K)}) = \gamma(e)^{-\beta T} \ \rightarrow\ \gamma = \frac{\rho_{parafina}(T_{293(K)})}{(e)^{-\beta T}} = \frac{0{,}8\left(\frac{g}{cm^3}\right)}{(e)^{-9x10^{-4}K^{-1}(293)K}} = 1{,}0414\left(\frac{g}{cm^3}\right)$$

$\therefore$ el modelo para calcular la densidad de la parafina es:

$$\rho_{parafina}(T_{(K)}) = 1{,}0414\left(\frac{g}{cm^3}\right)(e)^{-\beta T}$$

Sustituyendo en la **ec. 1**

$$V_{hielo} = \frac{m_{a.líq.}}{\rho_{a.líq.}} + \frac{m_{parafina}}{1{,}0414\left(\frac{g}{cm^3}\right)(e)^{-\beta T}} \quad \textbf{ec.3}$$

Sustituyendo en ec. **2**

$$\rho_{hielo} = \frac{m_{agua}\rho_{a.líq.}\left(1{,}0414\left(\frac{g}{cm^3}\right)(e)^{-\beta T}\right)}{m_{agua}\left(1{,}0414\left(\frac{g}{cm^3}\right)(e)^{-\beta T}\right)+m_{parafina}(\rho_{agua})}$$

Sustituyendo datos:

$$\boldsymbol{\rho_{hielo} = 0{,}9174\left(\frac{g}{cm^3}\right)}$$

Problema 4.

Datos: $\Delta Z = 150\ (mm)$, $\rho_{Hg} = 13600\left(\frac{kg}{m^3}\right)$, $\rho_{agua} = 1000\left(\frac{kg}{m^3}\right)$, $g = 9.81\left(\frac{m}{s^2}\right)$ $P_{atm.} = 760(mmHg)$

Solución: Considerando que $P_1 = P_2$, y por las condiciones iniciales, se obtiene $(\rho_{rHg}\rho_{agua})g\Delta Z = \rho_{agua}gZ' \rightarrow Z' = \frac{(\rho_{rHg}\rho_{agua})g\Delta Z}{\rho_{agua}g} = (\rho_{rHg})\Delta Z$

$Z' = 13{,}6x0{,}15(m) = 2{,}04(m)$ que es el desnivel inicial.

Para las condiciones finales el cono se llena de agua, y se considera que la presión en A no depende del tamaño ni de la forma del cono, solamente depende de la altura y del tipo de líquido.
Al llenar el cono, el líquido manométrico baja $\boldsymbol{\Delta L}$ en la rama de la derecha, y sube $\boldsymbol{\Delta L}$ en la rama de la izquierda, obteniéndose

$$(\rho_{rHg}\rho_{agua})g(\Delta Z + 2\Delta L) = \rho_{agua}g(\Delta L + Z' + 3)$$

$$(\rho_{rHg}\rho_{agua})\Delta Z + (\rho_{rHg}\rho_{agua})2\Delta L = \rho_{agua}\Delta L + \rho_{agua}Z' + \rho_{agua}3$$

Resolviendo para: ΔL

$$\Delta L = \frac{Z'+3-\rho_{rHg}\Delta Z}{2\rho_{rHg}-1}\ , \quad \Delta L = \frac{(2{,}04+3-13{,}6x0{,}15)(m)}{(2x13{,}6-1)} = 0{,}1145(m)$$

$\therefore$ el nuevo desnivel será : $2\Delta L + \Delta Z$

Sustituyendo datos: $2\ x\ 0{,}1145(m) + 0{,}15(m)$

Nuevo desnivel: **0,379**$(\boldsymbol{m})$

Problema 5.

Datos: $T = 422(K)$, $\boldsymbol{R} = 0{,}31\ (\Omega)$, , $R_0 = 2{,}2(\Omega)$, $T_0 = 310(K)$, $\boldsymbol{R} = R_0 e^{\left(\alpha\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right)}$ ..**ec.1**

Solución: Con las condiciones iniciales se obtendrá el valor de la constante "α" para posteriormente obtener el valor de la resistencia $\boldsymbol{R}$ a 392(°F).

Con $\boldsymbol{R} = 0{,}31\ (\Omega)$, $R_0 = 2{,}2(\Omega)$, $T = 422(K)$ y $T_0 = 310(K)$ sustituyendo en **ec. 1**

$$0{,}31\ (\Omega) = 2{,}2(\Omega) e^{\left(\alpha\left(\frac{1}{422}-\frac{1}{310}\right)\right)} \quad \rightarrow \quad \alpha = 2288{,}93\ (K)$$

$$\therefore\ R = 2{,}2(\Omega) e^{\left(2288{,}93\ (K)\left(\frac{1}{T_{(K)}}-\frac{1}{310}\right)\right)}$$

Calculando R para 392(°F)

$$\boldsymbol{R = 0,173(\Omega)}$$

Problema 6.

Datos: $\emptyset_{émbolo} = 15{,}6\ (cm)$, $m_{émbolo} = 6\ (kg)$, $x_i = 40{,}8(cm)$, $P_{gas} = 580\ (mmHg)$, $x_f = 15{,}12(cm)$, $= 9{,}78\left(\frac{m}{s^2}\right)$, $\rho_{Hg} = 13600\left(\frac{kg}{m^3}\right)$.

Solución: De ${}_1W_2 = -\int_1^2 PdV$, con $P = \frac{C}{V}$

$$\rightarrow \qquad \boldsymbol{{}_1W_2 = -P_i}\frac{\pi\emptyset^2}{4}x_i ln\left(\frac{x_f}{x_i}\right)$$

Sustituyendo datos:

$$\boldsymbol{{}_1W_2 = 597,2\ (J)}$$

Problema 7.

Datos: $m = 544\ (g)$ $P_1 = 3447\ (kPa)$, $v_1 = 0{,}1062\ \left(\frac{m^3}{kg}\right)$, $u_1 = 3171\ \left(\frac{J}{g}\right)$, $Q =\ 362\ (kJ)$, $u_2 = 2304\ \left(\frac{kJ}{kg}\right)$, $n = 1{,}35$.

Solución: De $Q + W = \Delta U \rightarrow$ $W = \Delta U - Q = m(u_2 - u_1) - Q$ **ec. 1**

Por otra parte $W = \frac{m(P_2v_2 - P_1v_1)}{n-1}$ **ec. 2**

Igualando ec. 1 y ec. 2

$$\frac{m(P_2v_2 - P_1v_1)}{n-1} = m(u_2 - u_1) - Q \quad , \text{ con } P_2 = P_1\left(\frac{v_1^n}{v_2^n}\right)$$

$$\left(P_1\left(\frac{v_1^n}{v_2^n}\right)v_2\right) = \frac{(n-1)[m(u_2-u_1)-Q]}{m} + P_1v_1$$

Resolviendo para v_2 y sustituyendo datos.

$$\boldsymbol{v_2 = 0,1958\left(\frac{m^3}{kg}\right)}$$

Problema 8.

Datos: $\dot{m}_1 = 18\left(\frac{kg}{s}\right)$, $\vec{V}_1 = 40\left(\frac{m}{s}\right)$, $P_1 = 150(bares)$, $v_1 = 18{,}477\left(\frac{cm^3}{g}\right)$, $u_1 = 2880{,}8\left(\frac{J}{g}\right)$,

$\vec{V}_2 = 160\left(\frac{m}{s}\right)$, $h_2 = 2961\left(\frac{J}{g}\right)$,

$\dot{m}_3 = 450\left(\frac{kg}{min}\right)$, $P_3 = 1(bar)$, $\vec{V}_3 = 224\left(\frac{m}{s}\right)$, $v_3 = 1694{,}1\left(\frac{cm^3}{g}\right)$, $u_3 = 2505{,}6\left(\frac{kJ}{kg}\right)$, $\dot{Q} = 23{,}5\left(\frac{MJ}{h}\right)$.

Solución: del balance de masa: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \;\rightarrow\; \dot{m}_2 = \dot{m}_1 - \dot{m}_3$ **ec.1**

Del balance de energía: $\dot{W} = \dot{m}_3(h_3 + \vec{V}_3) + \dot{m}_2(h_2 + \vec{V}_2) - \dot{m}_1(h_1 + \vec{V}_1) - \dot{Q}$ **ec.2**

Sustituyendo: $h_3 = u_3 + P_3v_3$, $h_1 = u_1 + P_1v_1$ y **ec.1 en ec.2**

$$\dot{W} = \dot{m}_3\left((u_3 + P_3v_3) + \vec{V}_3\right) + (\dot{m}_1 - \dot{m}_3)(h_2 + \vec{V}_2) - \dot{m}_1\left((u_1 + P_1v_1) + \vec{V}_1\right) - \dot{Q}$$

Sustituyendo datos

$$\boldsymbol{\dot{W} = -5375,425(kW)}$$

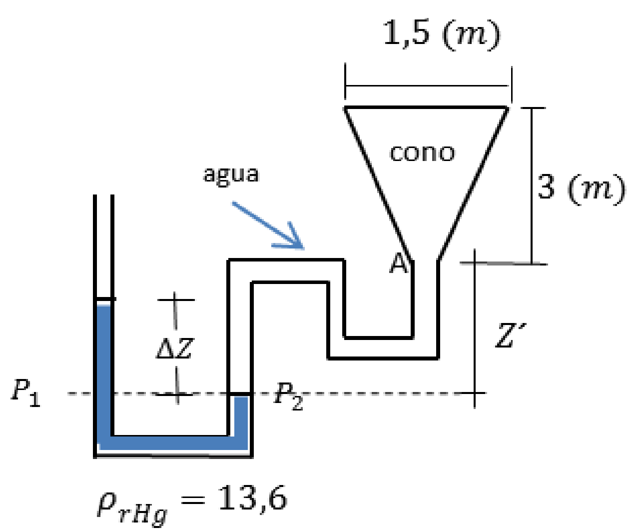


Fig.1