



XV SEMINARIO DE EPITESMOLOGÍA, COGNICIÓN Y
ENSEÑANZA DEL CONOCIMIENTO
Miguel Ángel Campos y Sara Gaspar

COMPLEJIDAD DE LOS PROCESOS
COGNITIVOS Y LA ENSEÑANZA DE
MATEMÁTICAS

Patricia E. Balderas Cañas

empatbal@unam.mx

http://www.ingenieria.unam.mx/sistemas/semblanzas/dr_balderas/

03/06/2015





Contenido

1. Objetivo
2. Paradigma de investigación
3. Complejidad
4. Proceso cognitivo
5. Proceso didáctico
6. Enseñanza de matemáticas
7. Elementos metodológicos de sistemas complejos
8. Discusión de respuestas, ejemplo.
9. Conclusiones





Objetivo

- Estudiar la complejidad del proceso cognitivo y la enseñanza de la matemática, en condiciones de aula y con uso de recursos para graficación, a partir de las propiedades emergentes derivadas de la interacción entre alumnos, que ocurren cuando contestan actividades de aprendizaje, en pequeños grupos, de manera colaborativa.





Mundos involucrados en la investigación humana

(Popper y Eccles, 1997; citados en Keeves, 1999, 5)

- Mundo 1. El mundo real (objetos físicos, estructuras creadas por el hombre).
- Mundo 2. La mente del que aprende (estados mentales individuales: estados del pensamiento consciente, disposiciones psicológicas, y estados inconscientes de los individuos).
- Mundo 3. Cuerpo de conocimientos (mundo objetivo producto de la mente humana que contiene entre otros elementos al conocimiento proposicional relacionado con las explicaciones causales, conocimiento compartido –arte, música y la literatura).





Naturaleza y procesos de la indagación educativa y social

(Keeves, 1999, 5)

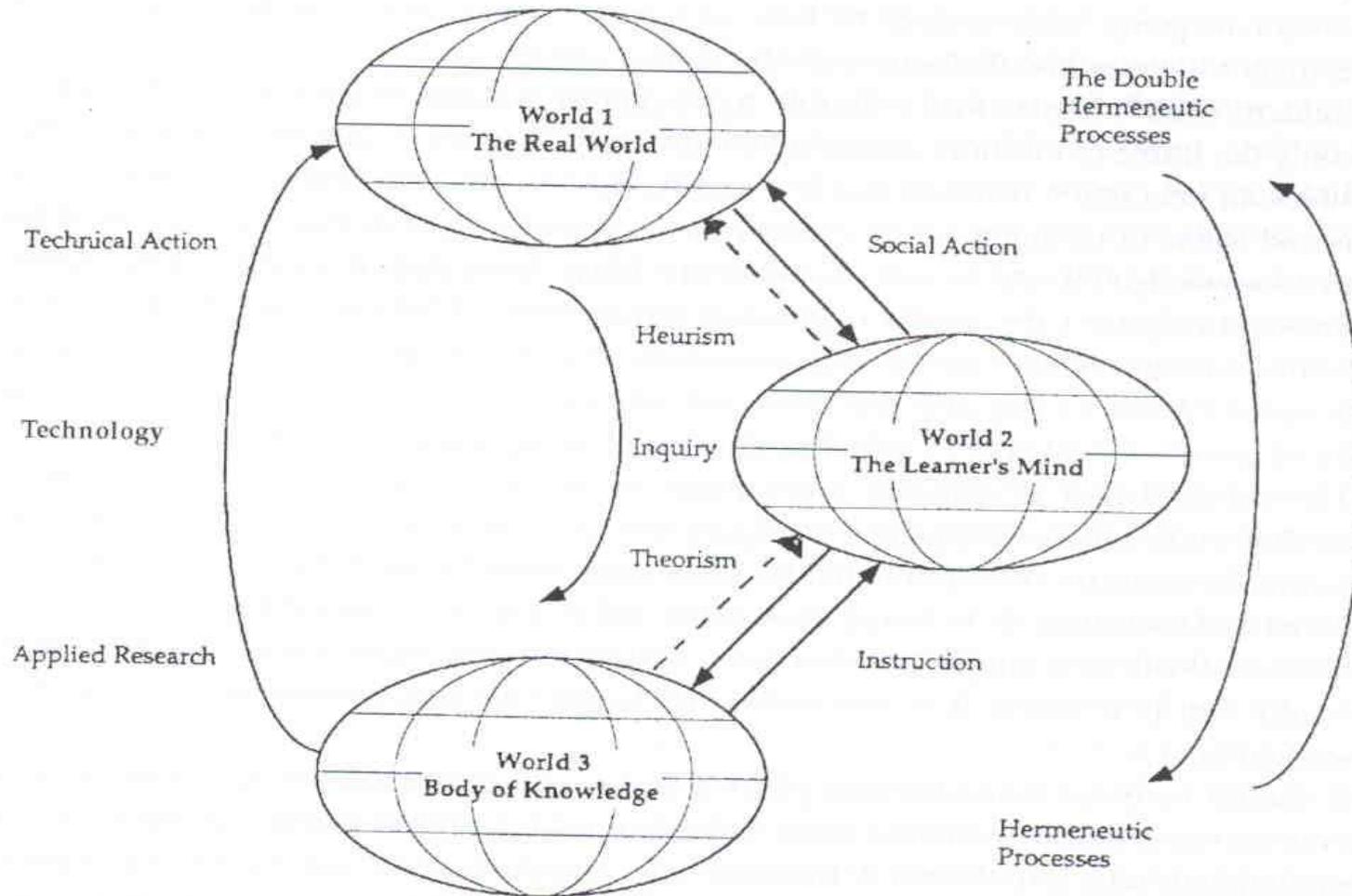


Figure 1 The nature and processes of educational and social inquiry.





Complejidad

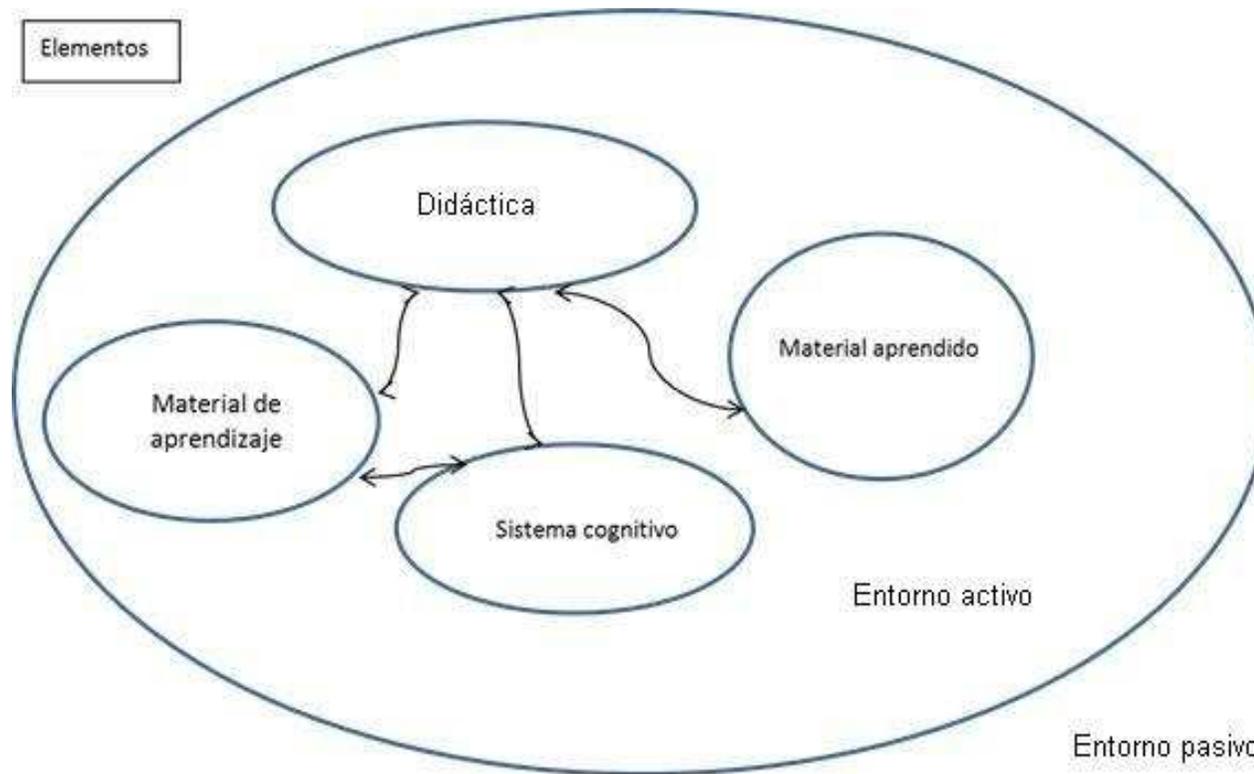
- El sistema de representación del conocimiento matemático (SRCM) que un alumno muestra de manera parcial en respuestas escritas y orales, a cuestiones planteadas en materiales de aprendizaje, puede verse como un sistema complejo¹, cuyas partes interrelacionadas (conocimiento previo, estrategias, habilidades, disposiciones, etc), como un conjunto, exhiben propiedades y comportamientos no evidentes a partir de la suma de las partes individuales.
- Las características de los sistemas complejos (como la interdependencia, la diversidad y la adaptabilidad de los agentes -representaciones, etc.), desafían los supuestos básicos de las teorías tradicionales.

¹ CEPAL Charlas Sobre Sistemas Complejos Sociales (CCSSCS): serie de 9 videos en línea sobre la ciencia de los sistemas complejos sociales; <http://www.martinhilbert.net/CCSSCS.html>. Citado en el Seminario de Sistemas Dinámicos Complejos, Lara Rosano (2015-1)





SRCM





Elementos del sistema

Entornos del sistema: Activo –sistema educativo. Pasivo –sociedad.

Variables de entrada: Materiales de aprendizaje

Variables de estado	Indicadores
Sistema cognitivo del aprendiz	Respuestas orales o escritas
Acciones u operaciones mentales del aprendiz	Explicaciones del aprendiz de su proceder para dar respuesta (entrevista)





Ejemplos de objetivos tácticos y teleológicos, relativos al conocimiento del alumno

- Un objetivo táctico es identificar el nivel en el que se ubica la respuesta de un alumno a cuestiones sobre la derivada de funciones elementales, por ejemplo, del Modelo de Análisis Proposicional, MAP, (Campos y Gaspar, 1995).
- Un objetivo teleológico es que dicha respuesta pertenezca al marco conceptual.





Tipos de elementos sistémicos

- Los objetivos/funciones del sistema cuyo logro define el estado del sistema y
- Los resultados emergentes, que son las propiedades emergentes que aparecen en el sistema como resultado de la sinergia de un conjunto de objetivos/funciones cumplidos (Lara-Rosano, 2011).





Proceso cognitivo

- “La construcción de conocimiento abstracto y la organización conceptual que lo representa, son importantes procesos educativos que requieren atención en diversos niveles, desde las políticas educativas hasta los procesos didácticos en el aula, pasando por la organización escolar, la formación docente, y los aspectos curriculares” Campos, M.A. (2005, 9)





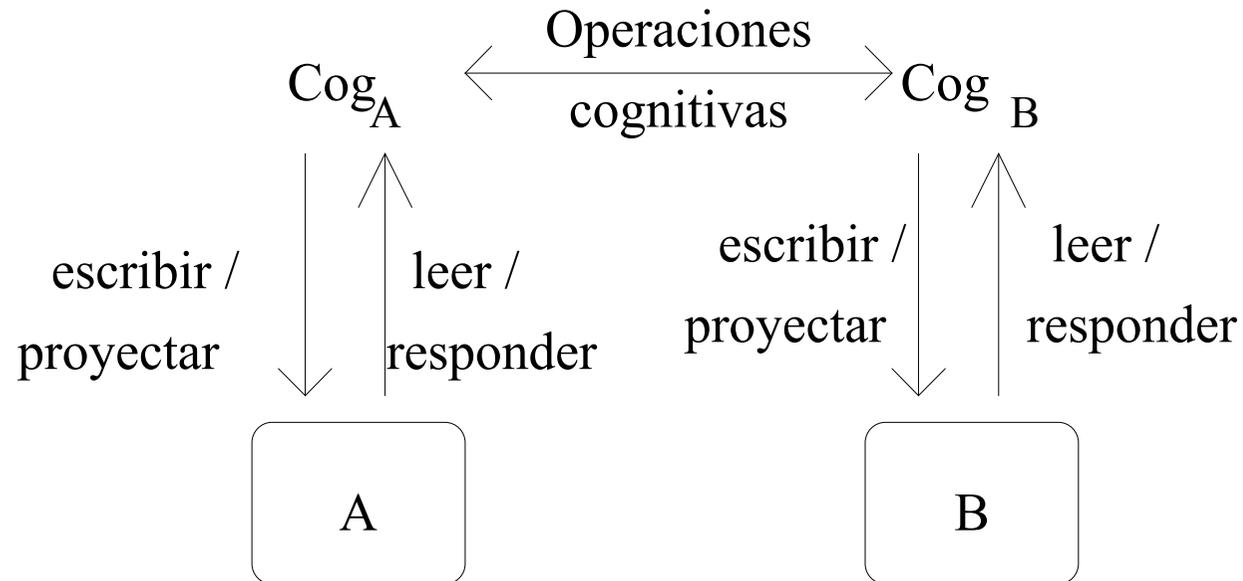
Proceso cognitivo

- De manera general el problema de acceso al conocimiento desde un punto de vista cognoscitivo (Ausubel, 1973), es un problema de estructuración del conocimiento socialmente adquirido, bajo condiciones escolares por ejemplo, con relación a la estructura lógica disciplinaria, la matemática.
- Para comprender el acceso al conocimiento nos referimos a la relación entre la estructura psicológica del aprendiz y la estructura lógica del conocimiento que es objeto de aprendizaje, mediado por un proceso didáctico, ya sea el discurso docente o la realización de tareas en pequeños grupos coordinadas por materiales didácticos





Proceso de representación



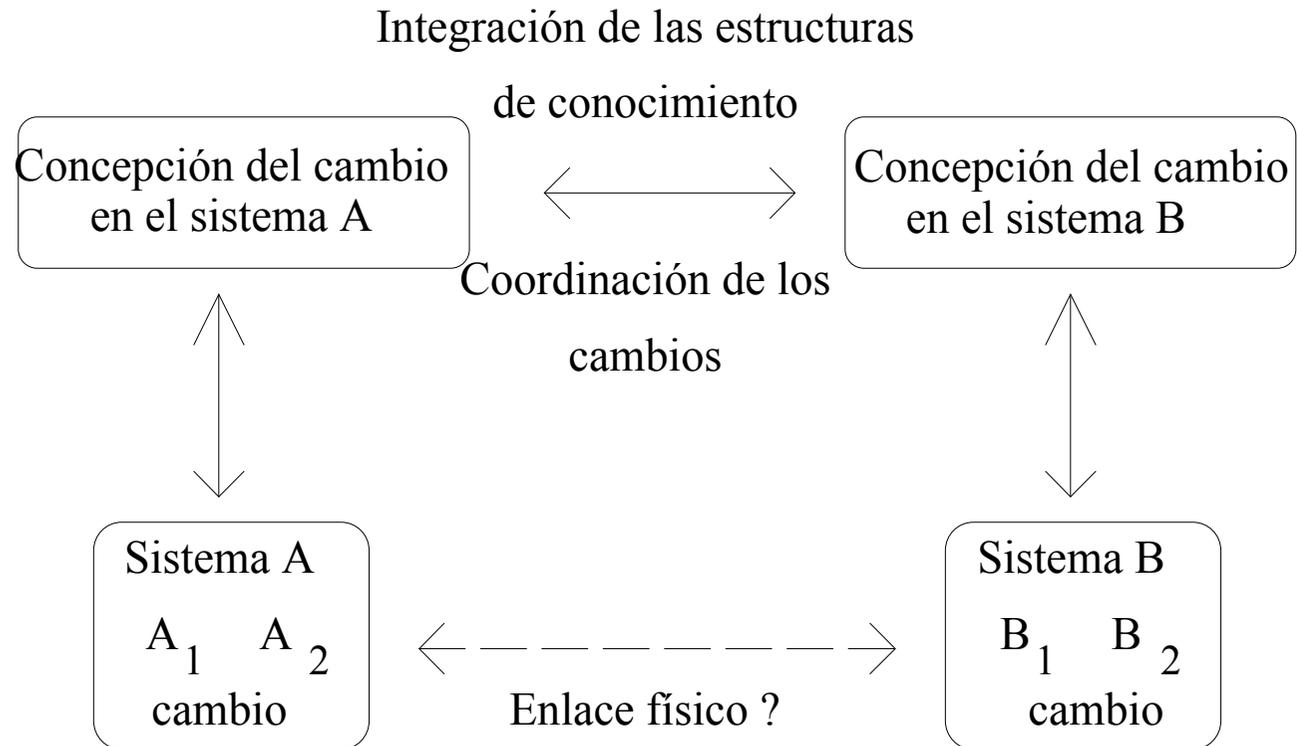
Referencia "horizontal" entre notaciones
(tomado de Kaput, 1994a, p. 81)





Enlaces al nivel de acciones

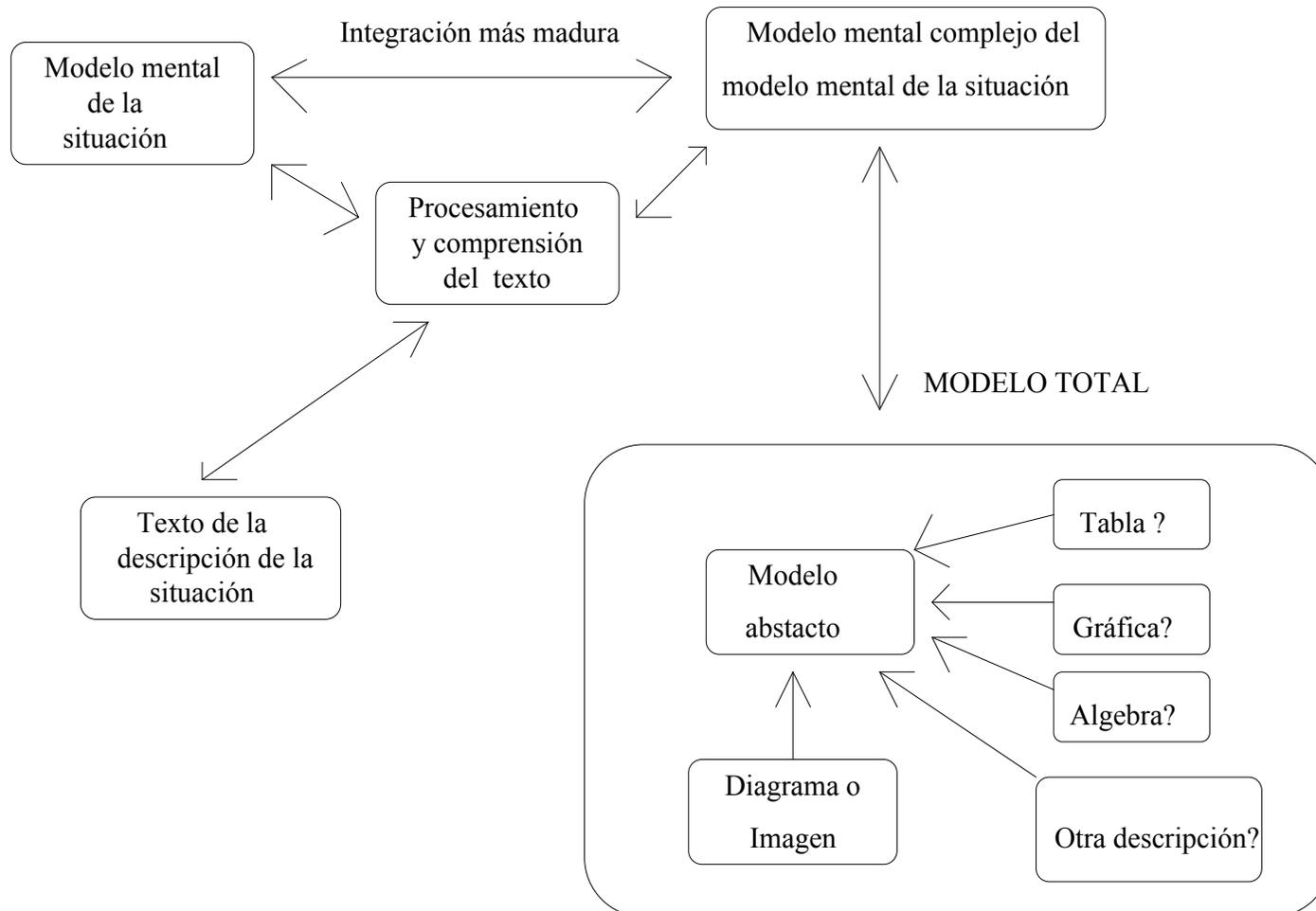
(tomado de Kaput, 1994b, p. 389)





“Modelo total” de representaciones

(tomado de Kaput, 1994b, p. 390)





Ejemplo de material de aprendizaje y respuesta de un participante, en condiciones de trabajo colaborativo

Variación

El ítem 1.2.1 dice:

¿Cómo es la variación de la cantidad y de sustancia producida?
Escribe en la parte posterior de esta hoja un primer acercamiento a la respuesta.

La respuesta de Roky fue:

Aumenta de un punto cero hasta alcanzar su punto máximo en 2 horas después pasan otras 2 horas después pasan otras 2 horas y disminuye a cero de nuevo en un lapso de 4 horas





Representaciones utilizadas en el material de aprendizaje

- Este ítem se plantea mediante representaciones discursiva (D) y simbólica (S), con referencia a una representación tabular (T), porque se presenta al pie de una tabla de datos numéricos (N), organizados en dos columnas que contienen cantidades de tiempo transcurrido y de sustancia producida respecto a la situación denominada “reacción química” que se plantea en un material de aprendizaje.

tiempo (x) hrs.	cantidad (y) grs.
0	0
0.25	3.75
0.50	7.00
0.75	9.75
1.00	12.00
1.25	13.75
1.50	15.00
1.75	15.75
2.00	16.00
2.25	15.75
2.50	15.00
2.75	13.75
3.00	12.00
3.25	9.75
3.50	7.00
3.75	3.75
4.00	0





Proceso didáctico

- “... es lo que sucede realmente en el aula, con o sin planeación didáctica de por medio, es la construcción social de relaciones de interacción en el aula, que producen formas y niveles de enseñanza y de aprendizaje. Como proceso real, es un objeto de estudio, mediante el cual pueden estudiarse las condiciones y formas de interacción que conforman los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula: las acciones, las relaciones que las estructuran y los procesos que generan...” (Campos y Gaspar, 1995, p. 4)





**CONCEPCIONES DE LA ENSEÑANZA
EN EDUCACIÓN SUPERIOR**
(Kember, 1997, citado en Light, G. y Cox, R., 2001)

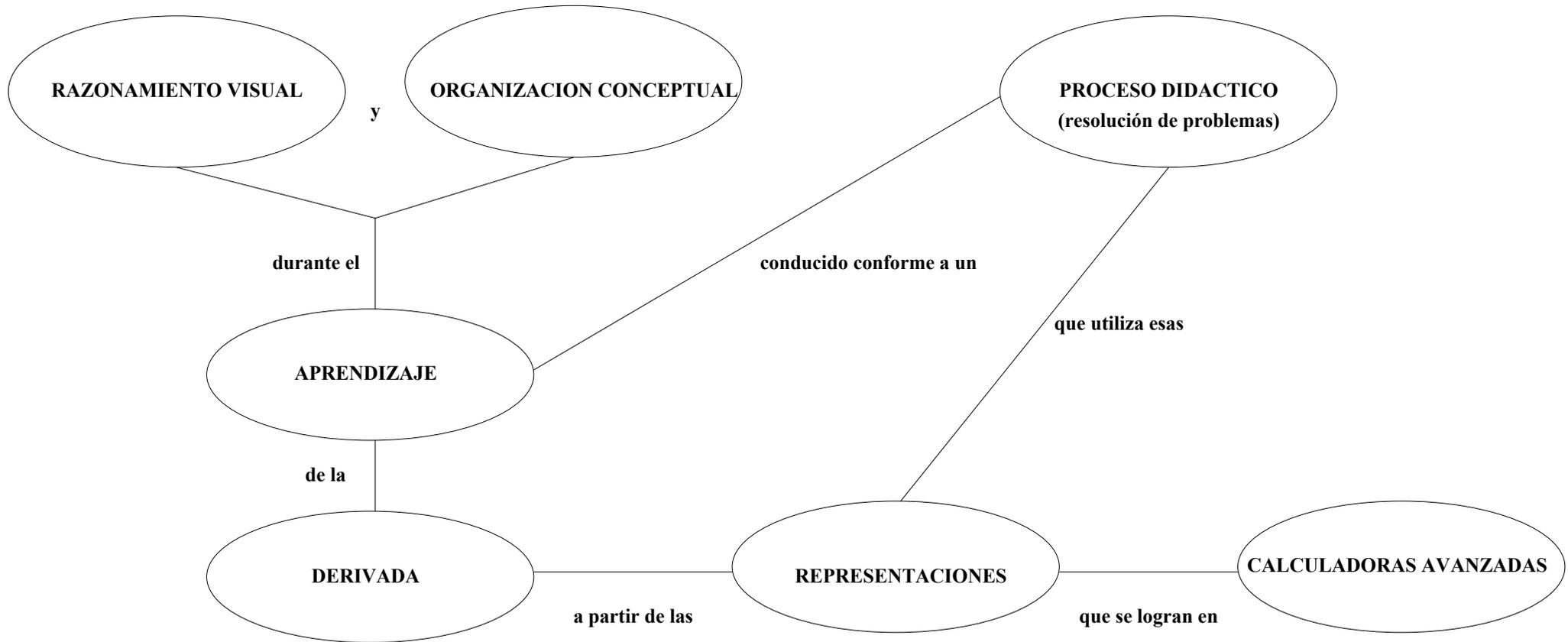
	Centrada en Profesor Orientada hacia Contenido			Centrada en Estudiante Orientada hacia aprendizaje	
Dimensiones	Impartiendo información	Transmitiendo conocimiento estructurado	Interacción Profesor - Estudiante	Facilitando el entendimiento	Promoviendo el cambio conceptual
Profesor	Presentador	Presentador	Presentador y tutor	Facilitador	Agente del cambio / desarrollador
Enseñanza	Transferencia de información	Transferencia de información bien estructurada	Proceso interactivo	Proceso de ayudar al estudiante para aprender	Desarrollo de la persona y de las concepciones
Estudiante	Recipiente pasivo	Recipiente	Participante	Profesor responsable por el aprendizaje del estudiante	Profesor responsable del desarrollo del estudiante
Contenido	Definido por el Currículum	El profesor debe ordenar y estructurar el material	Definido por el profesor	Construido por los estudiantes dentro del marco teórico del profesor	Construido por los estudiantes pero sus concepciones pueden cambiarse
Conocimiento	En posesión del profesor	En posesión del profesor	Descubierto por los estudiantes pero dentro del marco teórico del profesor	Construido por los estudiantes	Socialmente construido





Estudio del *razonamiento visual* con base en la organización conceptual asociado a un proceso didáctico

(tomado de Balderas, 1998)



El caso del aprendizaje de la derivada mediante representaciones en calculadoras avanzadas

http://www.ingenieria.unam.mx/sistemas/semblanzas/dr_balderas/articulos/balderas2003.pdf





Elementos metodológicos

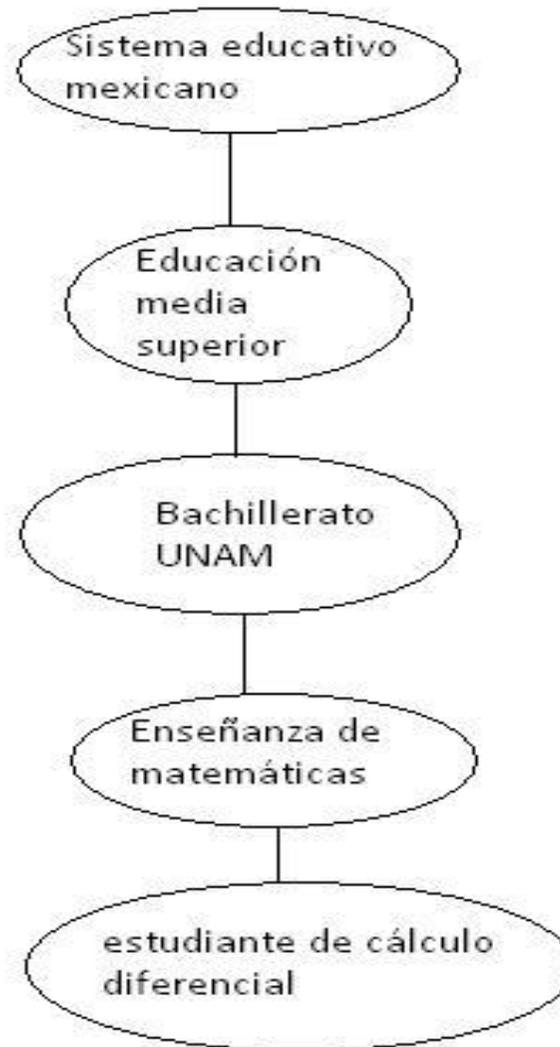
- Para el estudio de sistemas dinámicos complejos basados en Lara-Rosano, F. (2011)





MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN SISTÉMICA

Nivel
holístico

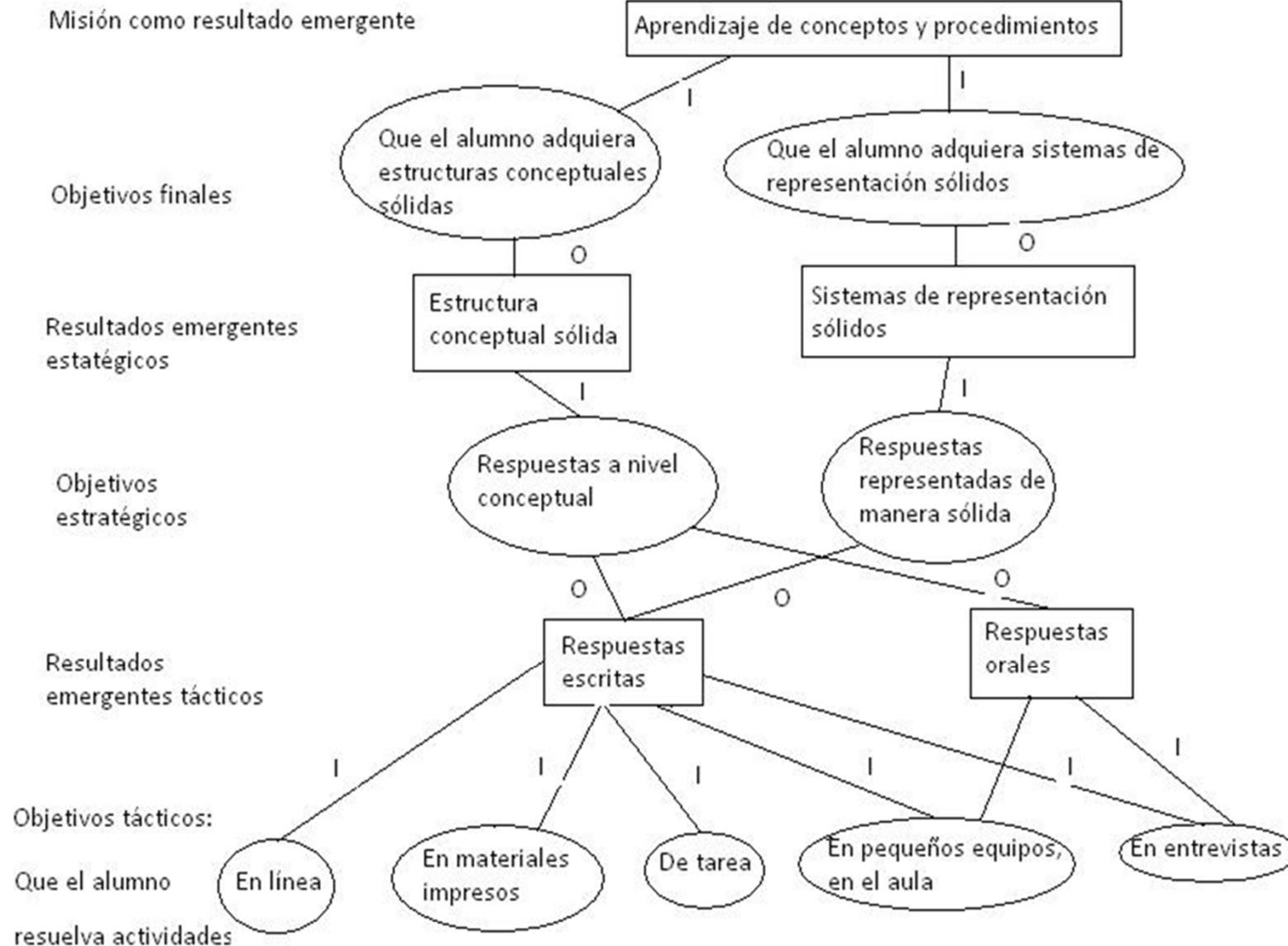


Nivel
básico





Método de composición sistémica





Discusión de respuestas

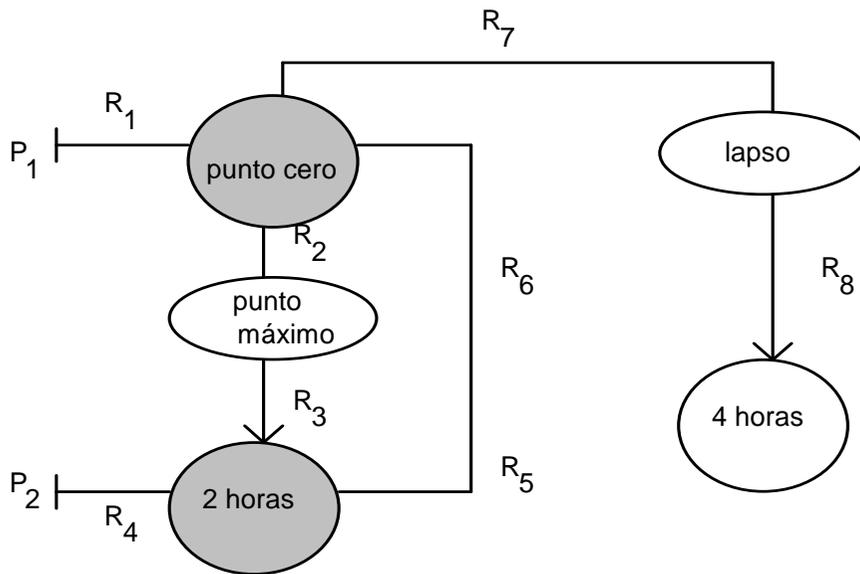
- Una propiedad emergente de la interacción entre los alumnos, al responder cuestiones planteadas en un material de aprendizaje, discutidas previamente en grupos de trabajo colaborativo, se denominó *conexión bidimensional X->Y* (Balderas, P. 1998).
- Donde X y Y toman valores en el conjunto
 $\{D, G, N, S, T\}$.
- Conceptos representados de manera discursiva (D), gráfica (G), numérica (N), simbólica o lenguaje algebraico (S) y tabla de doble entrada (T).





Discusión de respuestas, ejemplo

- El participante Roky hizo siete conexiones bidimensionales de dos tipos: D->S y N->T (ver columna 5)



Item	Prop	Conceptos	Relaciones	Conexiones bidimensionales
1.2.1	P ₁	C ₁ : punto cero C ₂ : punto máximo C ₃ : 2 horas	R ₁ : Aumenta R ₂ : alcanzar R ₃ : en	1. NT 2. DS 3. NT
	P ₂	C ₃ : 2 horas C ₁ : cero C ₄ : lapso C ₅ : 4 horas	R ₄ : pasan R ₅ : y R ₆ : disminuye R ₇ : en R ₈ : de	4. NT 5. NT 6. DS 7. NT

[Regresar](#)

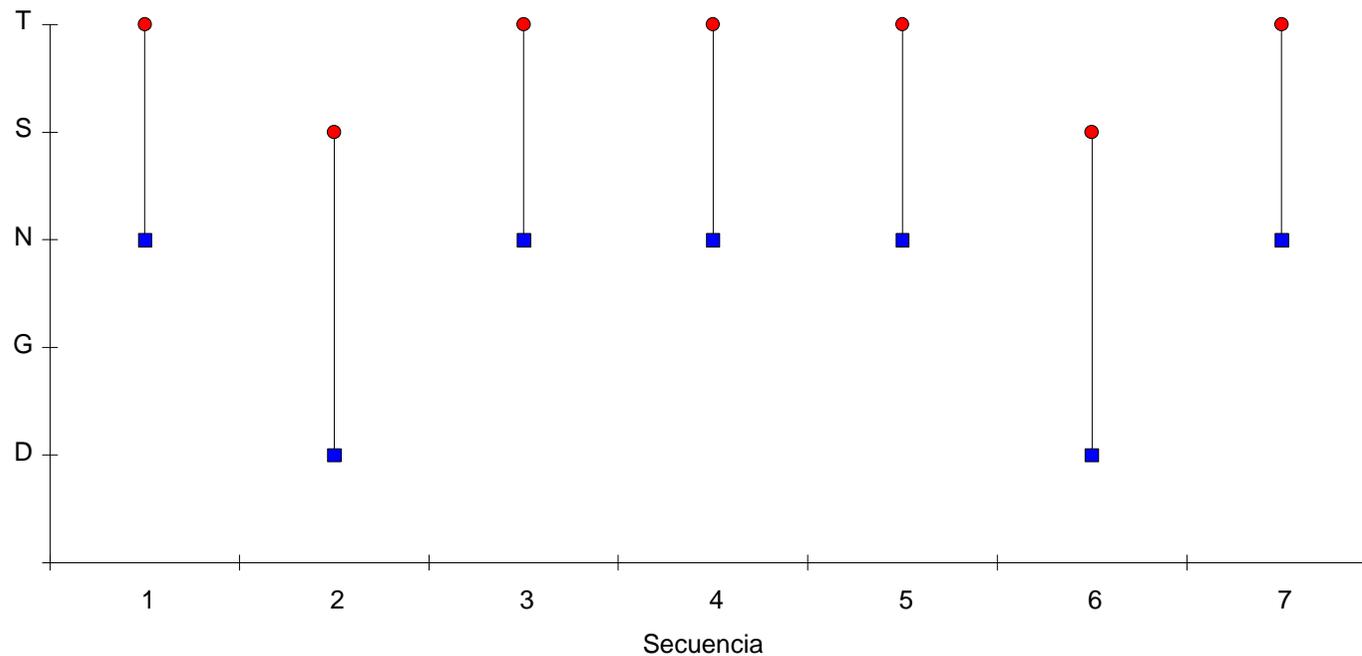




Conexiones bidimensionales contenidas en la respuesta escrita de Roky al ítem 1.2.1

Que siguieron la secuencia mostrada en la gráfica, donde se puede apreciar que la base representacional es N, es decir, Roky se apoyó en ejemplos numéricos para hacer su respuesta.

Representaciones





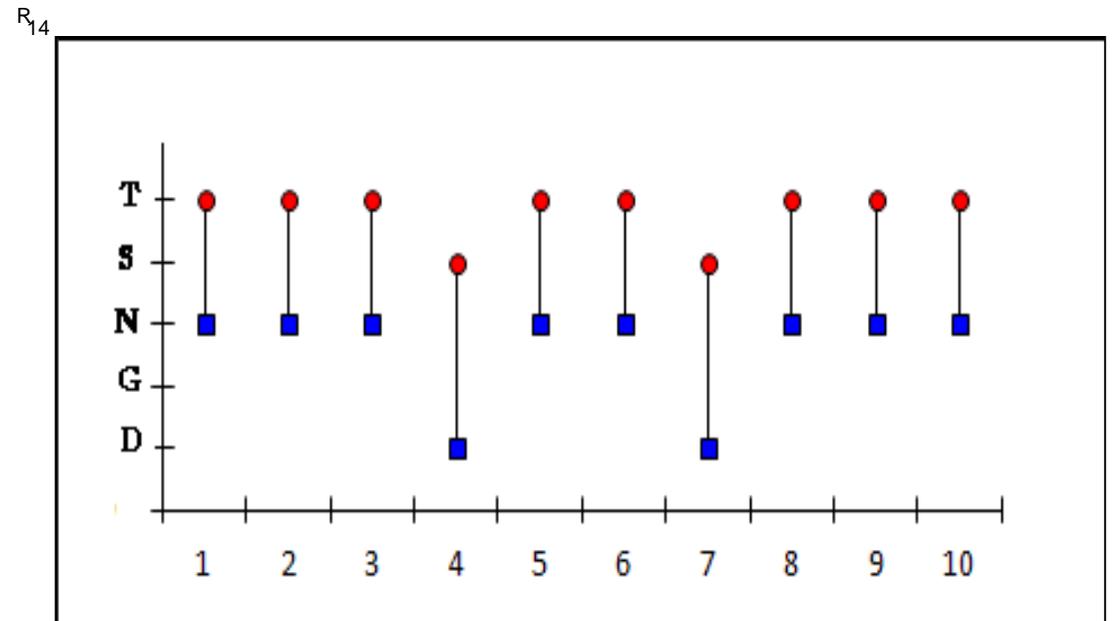
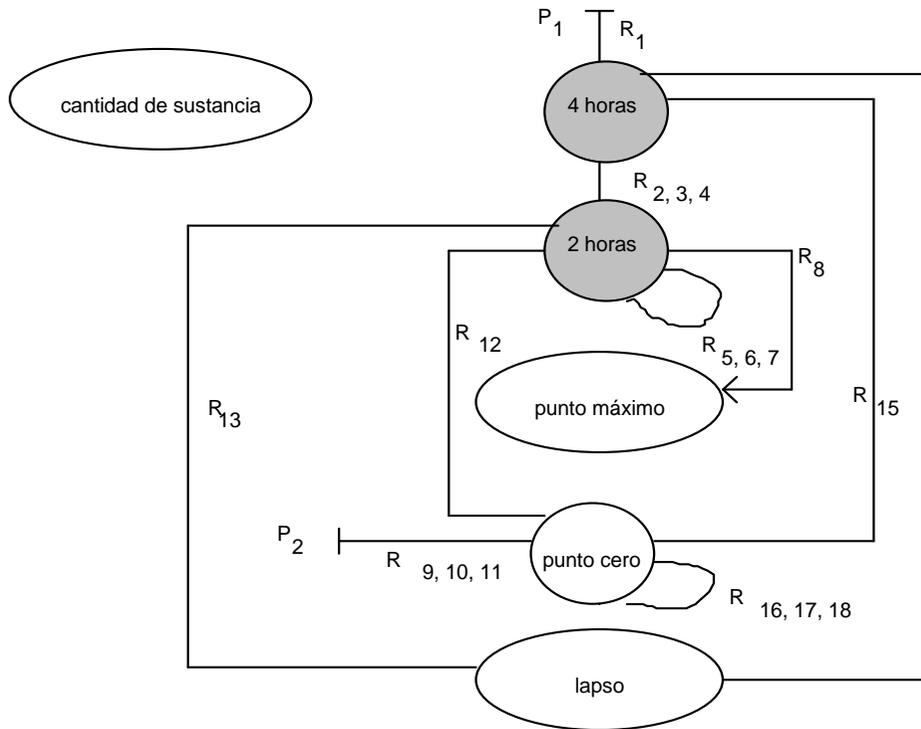
Respuesta de Roky en entrevista al ítem 1.2.1

Cod. de Ref.	Prop.	Conceptos	Relaciones	Conexiones bidimensionales	Conexiones tridimensionales
121Ro08 121Ro10	P ₁	C ₁ : cuatro horas C ₂ : dos horas C ₂ : dos horas C ₃ : punto máximo	R ₁ : de R ₂ : o sea R ₃ : dice R ₄ : en R ₅ : sube R ₆ : o sea R ₇ : en R ₈ : sube	1. NT 2. NT 3. NT 4. DS	
121Ro12	P ₂	C ₄ : punto cero C ₂ : dos horas C ₅ : lapso C ₅ : cuatro horas C ₄ : punto cero C ₄ : punto cero	R ₉ : y R ₁₀ : para R ₁₁ : regresar R ₁₂ : toma R ₁₃ : y R ₁₄ : en R ₁₅ : de R ₁₆ : de R ₁₇ : sube R ₁₈ : y R ₁₉ : vuelve	5. NT 6. NT 7. DS 8. NT 9. NT 10. NT	





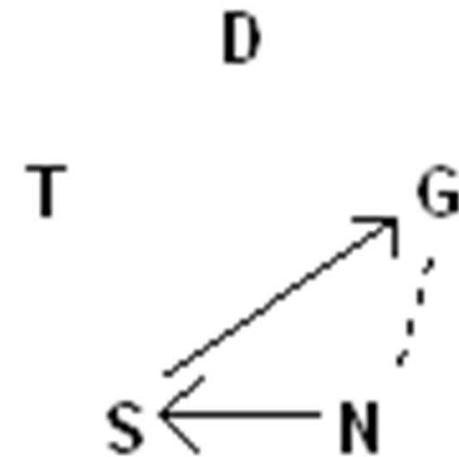
Respuesta del participante, en entrevista individual





Discusión de respuestas

- Una segunda propiedad emergente, denominada conexión tridimensional (Balderas, P. 1998)
- Fue construida a partir de conexiones bidimensionales que comparten un tipo de representación
- Por ejemplo $X \rightarrow Y$, $Z \rightarrow Y$.



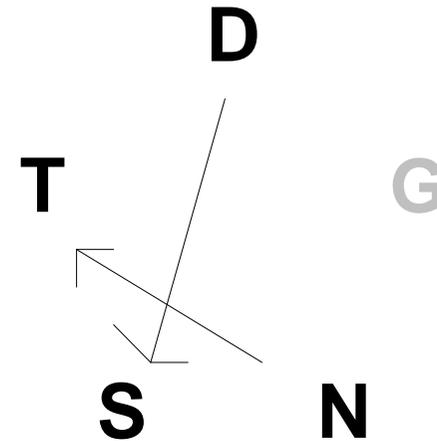
NSG





Configuración de las conexiones, en respuesta escrita

- Este participante mostró una escasa correspondencia física entre las cuatro representaciones citadas, la digráfica de su configuración sólo tiene dos líneas de las seis posibles
- No presentó conexiones tridimensionales, así que, la configuración de los tipos de conexiones mostradas en la respuesta escrita resultó ser una digráfica con cuatro puntos y dos líneas.
- Roky no hizo uso de la representación gráfica aunque los conceptos "punto máximo" y "punto cero" parecían sugerir de algún modo un referente gráfico, pero en la entrevista se constató que no fue el caso





Contenido conceptual, conceptos nucleares

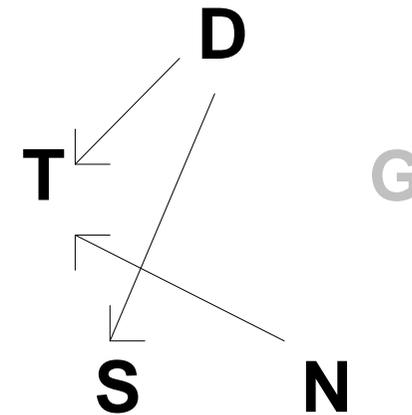
- La respuesta desde el punto de vista del contenido conceptual no fue muy amplia, Roky se limitó a señalar la duración de la reacción y el momento correspondiente a la mayor producción de sustancia.
- La respuesta no incluyó los conceptos de "variación" ni "variable", una respuesta más amplia haría referencia a la comparación entre los cambios de ambas variables.
- Su respuesta tiene dos conceptos básicos o nucleares "cero" y "dos horas", con los cuales armó su discurso y formaron parte de los fundamentos que disponía (círculos iluminados que aparecen en el [mapa 1](#)).
- La colocación de los óvalos y círculos en el mapa sólo obedece a la presencia de los conceptos y relaciones y a la secuenciación de ambos en la respuesta.
- Recuérdese, que un concepto pertenece al núcleo de la respuesta cuando está presente en dos o más proposiciones (Campos y Gaspar, 1995).





Configuración de las conexiones, en entrevista

- La entrevista permitió constatar que el participante se refiere a la representación tabular cuando dice "punto cero" y "punto máximo", conforme a las notas tomadas durante la entrevista.
- Al comparar la respuesta escrita y la que proporciona Roky durante la entrevista encontramos que mostró una organización con un número mayor de relaciones
- Utilizó los mismos conceptos y la base del discurso descansó en los conceptos "cuatro horas " y "dos horas", en comparación con la respuesta escrita en la que coincidió sólo con el concepto "dos horas"
- Durante la entrevista realizó un tipo de conexión bidimensional más que las mostradas en la respuesta escrita, pero aludió en más de una ocasión a la representación tabular.





Grado de conectividad

- De las propiedades emergentes mencionadas, interesa saber qué tan conectadas resultan las representaciones en estudio, al término de un episodio o segmento didáctico (*grado de conectividad*)
- El *grado de conectividad relativa a las conexiones bidimensionales*, es el cociente entre el número de conexiones bidimensionales presentes en la respuesta del alumno y el total de conexiones bidimensionales posibles (340).
- En promedio este grado de conectividad fue de 0.025, considerando 7 participantes, 17 cuestiones y 20 posibles conexiones, para cada cuestión.
- El *grado de conectividad relativa a las conexiones tridimensionales*, es el cociente entre el número de conexiones tridimensionales presentes en la respuesta del alumno y el total de conexiones tridimensionales posibles (170).
- En promedio este grado de conectividad fue de 0.157, considerando 7 participantes, 17 cuestiones y 10 posibles conexiones, para cada cuestión.





Conclusiones

- Los resultados de la investigación, sugieren que se requiere favorecer el uso de las representaciones simbólicas (lenguaje matemático), para lo cual es necesario proporcionar en los materiales de aprendizaje, los enlaces entre las representaciones discursiva y numérica, que ayuden al estudiante a incorporar el uso de representaciones simbólicas, para expresar ideas matemáticas.
- El material de aprendizaje por si mismo debe hacer uso de las representaciones simbólicas de manera relacionada con las representaciones discursiva y numérica de los mismos conceptos
- De la construcción metodológica se plantea una conjetura sobre la posibilidad de modelar el proceso de representación matemática en términos del conocimiento y de las estrategias de resolución de problemas (esto es, conceptualizar el sistema dinámico complejo adaptativo).





Referencias bibliográficas

- Ausubel, D. (1973) Aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento. En S. Elam, Educación y estructura del conocimiento, Buenos Aires, Ateneo, p. 211-238.
- Balderas, P. (1998) La representación y el razonamiento visual en la enseñanza de la matemática. Para obtener el grado de doctora en pedagogía. Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional Autónoma de México.
 - Balderas, P. (2011) Modelación de las representaciones matemáticas generadas por la interacción en pequeños grupos. En Balderas, P. y Sánchez, G. (coords.) *Ingeniería de Sistemas. Investigación e Intervención*. México: Facultad de Ingeniería – Plaza y Valdés. ISBN: 978-607-402-394-7 (Plaza y Valdés), 978-607-02-2408-9 (UNAM), 67 – 92.
<http://www.plazayvaldes.com.mx/libro/ingenieria-de-sistemas/1802/>
 - Campos, M.A. and Gaspar, S. (1995) The propositional analysis model: a concept-link approach to text-based knowledge organization analysis. Reportes de investigación. México, IIMAS-UNAM, (5), 46, junio, pp. 43
 - Campos, M.A. coord. (2005) Construcción de conocimiento en el proceso educativo. Coedición ISUE-UNAM y Plaza y Valdes, México.
 - Goldin, G. and Kaput, J. (1996) A Joint Perspective on the Idea of Representation in Learning and Doing Mathematics. In L. Steffe, et.al. (eds.) *Theories of Mathematical Learning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 397 – 430.
 - Kaput, J. (1994a) Democratizing access to calculus: New routes to old roots . En A. Schoenfeld (ed.) *Mathematical Thinking and Problem Solving*, Hillsdale (NJ), Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, p. 77-156.
 - Kaput, J. (1994b) The Representational Roles of Technology in Connecting Mathematics with Authentic Experience. En R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer, B. Winkelmann (eds.) *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 379-397.
 - Keeves, J. (1999) Overview of Issues in Educational Research. In Keevs, J. and Lakomski, G. *Issues in Educational Research*. The Netherlands: Pergamon.
 - Lara Rosano, F. (2011) Complejidad en las Organizaciones en Flores J. & Martínez Mekler, (eds) *Encuentros con la Complejidad*. México: Siglo XXI y UNAM.





- GRACIAS POR SU ATENCIÓN

