Álgebra Lineal
Serie 1

1	Determinar cuáles de los siguientes subconjuntos del conjunto de polinomios con coeficientes en R, son subespacios: $B = \{ax^2 + x + 2a \mid a \in R\}$ $C = \{ax^2 + bx + 2a + b \mid a, b \in R\}$
2	Sean $\bar{u}$ y $\bar{v}$ los siguientes vectores de R^3 $\bar{u} = (1, 2, 2)$ y $\bar{v} = (-1, 3, 1)$ a) Expresar a cada uno de los vectores $(3, 1, 3)$, $(2, -6, -2)$ y $(-1, 8, 4)$ como una combinación lineal de $\bar{u}$ y $\bar{v}$. b) ¿Para qué valores de k es el vector $(5, k, 1)$ una combinación lineal de $\bar{u}$ y $\bar{v}$?
3	Determinar si los siguientes conjuntos de vectores son linealmente dependientes o independientes, en sus respectivos espacios vectoriales reales: a) $\{(0,1), (0,-3)\}$ b) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \right\}$ c) $\{x^2 - x + 2, x^2 + 1, -x^2 + x - 3\}$ d) $\{(1,0,0), (2,3,1), (1,-1,2)\}$

4 Determinar, en cada caso, si el conjunto A es generador del espacio V indicado:

a)

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix} \;\middle|\; a, b, c \in R \right\}$$

b) $A = \{x^2 - 2x + 1,\ 3x + 2,\ -x^2 + x - 1\}$

$V = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in R\}$

c) $A = \{(1, 0, 1), (0, 3, -1), (0, 4, 1), (2, 1, 0)\}$

$V = \{(a, b, c) \mid a, b, c \in R\}$

5 Obtener una base del espacio generado por

$A = \{x^2 - 3x + 2,\ 4x + 1,\ x^2 + x + 3,\ -x^2 + 7x - 1\}$

y decir cuál es la dimensión de dicho espacio.

6 Para la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & -1 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 4 & -4 \\ 2 & -5 & -3 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

Obtener:

a) Su forma canónica escalonada.

b) Su espacio renglón, dando de él una base y la dimensión.

c) Su espacio columna, dando de él una base y la dimensión.

7	Para la matriz $$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$ Determinar si cada uno de los vectores $\bar{x} = (-1, 2, 3)^T$ $\bar{y} = (3, 1, -2)^T$ pertenece al espacio generado por sus columnas y en caso afirmativo expresarlo como una combinación lineal de ellas.
8	Para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales a) $\begin{aligned} -x + y - 2z &= 0 \\ 2x - y + z &= 0 \\ x - z &= 0 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 0 \\ x + y - z &= 0 \\ y + 3z &= 0 \\ -x + 4y &= 0 \end{aligned}$ Determinar i) Su espacio solución ii) El espacio renglón de su matriz de coeficientes iii) El espacio columna de su matriz de coeficientes
9	Para cada uno de los siguientes conjuntos de funciones, determinar si es linealmente dependiente o independiente en el intervalo indicado. a) $A = \{x^2 - 3x + 1, \text{sen}^2 x, 2x + \cos^2 x\}$ en $(-\infty, +\infty)$ b) $B = \{x - 2, x^2 + 5, x^2 - x + 7\}$ en $(-1, 3)$ c) $C = \{2\,\text{sen}^2 x, 3, -5\cos^2 x\}$ en $(5, \infty)$