

DESARROLLO DE SÓLIDOS

El desarrollo de un sólido es un operación mediante la cual se despliega su superficie sobre un plano, lo que permite su construcción física.

Todos los poliedros son desarrollables, bastará con determinar el verdadero tamaño de cada una de sus caras y dibujándolas sobre un plano, de tal manera que sean adyacentes unas a otras por un lado común y en el mismo orden según el cual están dispuestas en el sólido. Si el dibujo se realiza sobre un cartón u otro tipo de material, se obtiene fácilmente el *relieve del sólido*, que no es sino un modelo tridimensional, practicando en cada lado común a dos caras una ligera incisión por la parte que será externa, y doblando todas las caras, de modo que tomen la misma posición relativa que tienen en la representación diédrica.

Los cuerpos redondos desarrollables son aquellos de simple curvatura (generados por una generatriz recta) en los que dos generatrices adyacentes son coplanares, tal es el caso de los conos y cilindros.

DESARROLLO DE POLIEDROS RADIALES

Desarrollo de pirámides

Para obtener en verdadero tamaño una de las caras laterales de una pirámide, basta con determinar las longitudes de la tres aristas que la componen. Normalmente se apoya la base del poliedro sobre uno de los planos de proyección en aras de simplificar el procedimiento, pero si ella se encuentra en un plano no notable, será conveniente realizar una nueva proyección del sólido para conseguir el verdadero tamaño del polígono de base.

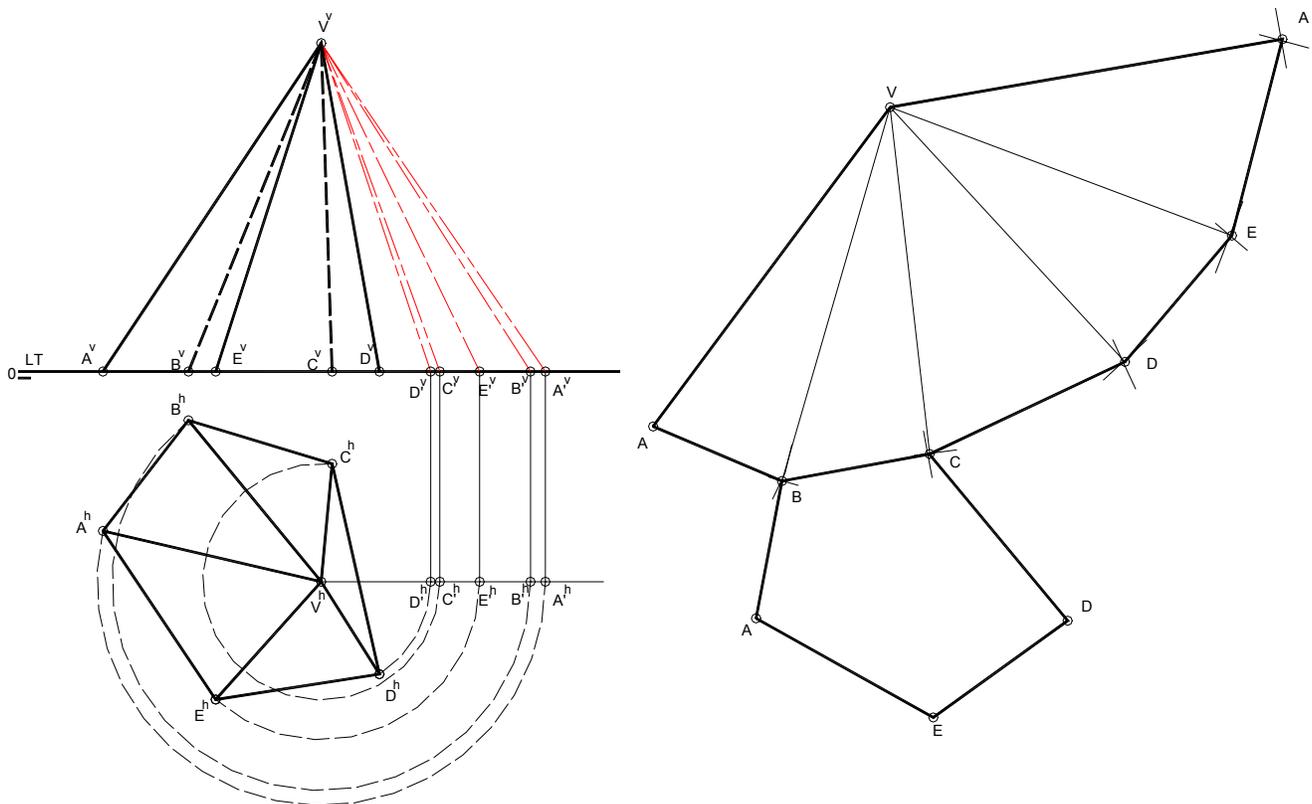


Fig. 1: Desarrollo de la Pirámide.

La determinación del verdadero tamaño de las aristas laterales de la pirámide puede realizarse cualquiera de los métodos ya conocidos, sin embargo se recomienda el uso del Giro aplicado a rectas, en vista de que todas esas aristas son convergentes en un punto (vértice del sólido). En la Fig. 1 se ha tomado un eje de giro de pié que pasa por V, convirtiendo cada una de las aristas laterales de la pirámide en segmentos frontales, cuyas proyecciones verticales se encuentran en verdadero tamaño. A continuación se dibuja una de las caras, la ABV en la figura, tomando un punto V arbitrariamente y consignando las longitudes VA, VB y AB; seguidamente se procede de igual forma con la siguiente cara (BCV) y con las demás obteniéndose así el desarrollo de las caras laterales. Finalmente, se copia la base del sólido, que se encuentra en verdadero tamaño pues descansa sobre PH, haciendo coincidir uno de sus lados con la correspondiente arista del desarrollo de las caras laterales.

Desarrollo de pirámides truncadas

Si la pirámide está truncada por un plano β , se procede determinando el vértice (punto virtual) del sólido (Fig. 2) y desarrollándolo como si no fuera truncado. El verdadero tamaño de la parte virtual de cada arista lateral se mide en el desarrollo a partir del punto V, obteniéndose la poligonal A1B1C1D1E1A1, transformada de la sección generada por el plano β en la pirámide. Finalmente, se halla el verdadero tamaño del polígono de sección aplicando cualquiera de los métodos estudiados en SR10 (Cambio de Plano de proyección en la figura), para luego ser copiado haciendo coincidir uno de sus lados con el correspondiente segmento de la transformada de la sección, asegurándose de que el orden sea correcto.

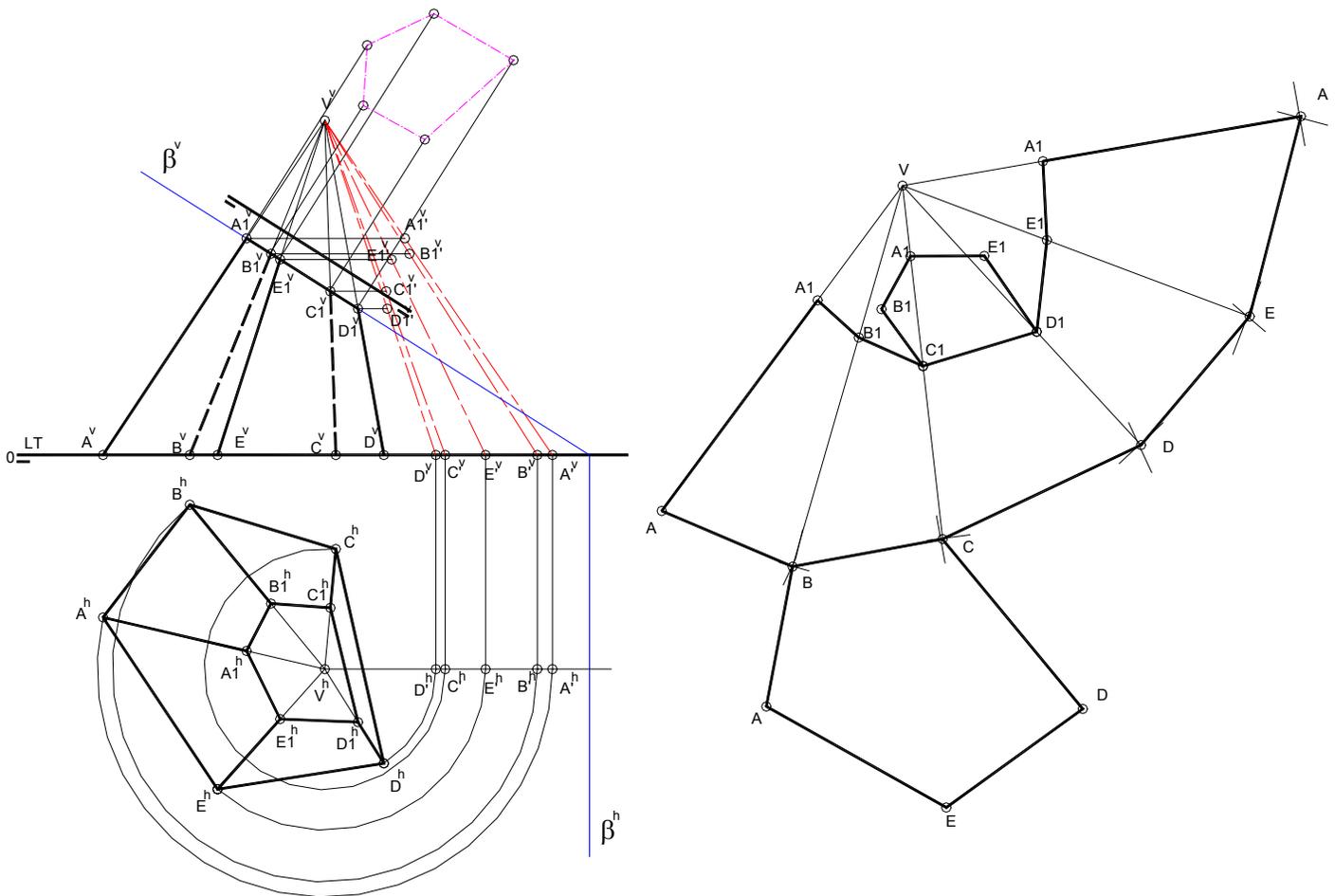


Fig. 2: Desarrollo de la Pirámide Truncada

Desarrollo de prismas rectos

El desarrollo de la superficie lateral de un prisma recto es un rectángulo, cuya altura es igual a la altura del poliedro y de base igual a al perímetro del polígono base. En la Fig. 3 se muestra el procedimiento seguido para obtener el desarrollo de un prisma recto de base apoyado en un plano proyectante horizontal. El verdadero tamaño del polígono de base ABCD se ha determinado a través de un nuevo plano de proyección. Las aristas laterales del sólido son horizontales, por lo que se encuentran en verdadero tamaño en la proyección horizontal; es evidente que cada una de esas aristas laterales son iguales en longitud.

Sobre una línea arbitraria se miden a partir de un punto A los verdaderos tamaños AB, BC, CD y DA en forma sucesiva y en el mismo orden con que aparecen en la representación diédrica. A continuación se trazan perpendiculares a la mencionada línea por los puntos A, B, C y D, sobre las que se mide la altura del prisma. Finalmente se copian las bases superior e inferior (en verdadero tamaño) haciendo coincidir uno de los lados con la arista correspondiente en el desarrollo de la superficie poliédrica lateral.

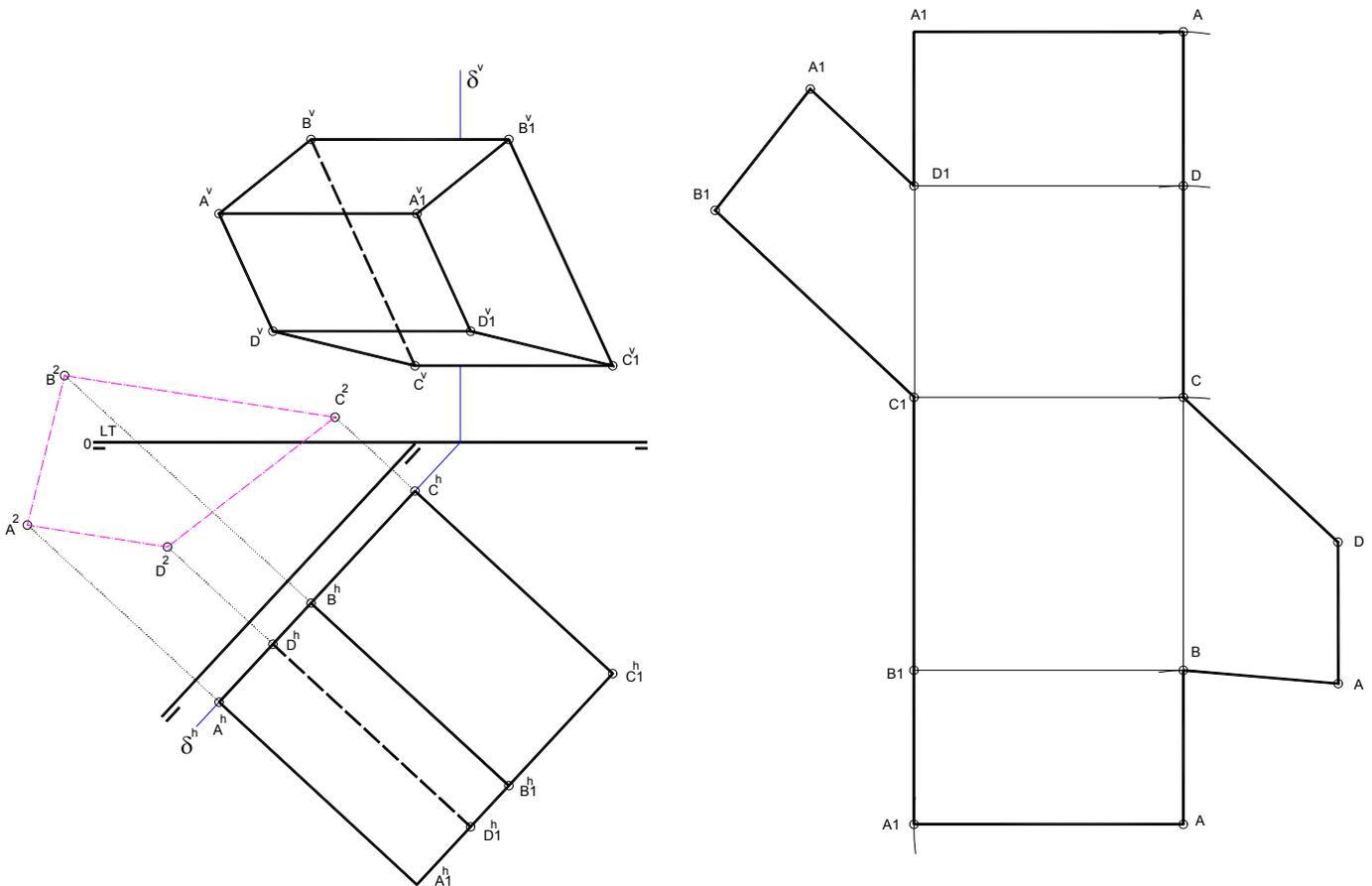


Fig. 3: Desarrollo de Prisma Recto

Desarrollo de prismas oblicuos

El desarrollo de la superficie lateral de un prisma recto no es un rectángulo, por lo que el procedimiento consiste en desarrollar dos prismas rectos, que surgen al cortar el prisma oblicuo mediante un plano π perpendicular a sus aristas laterales. Esta operación resulta

tediosa si dichas aristas se encuentran en posición oblicua; en tal caso es conveniente la generación de una nueva proyección en la que aparezcan con su verdadero tamaño.

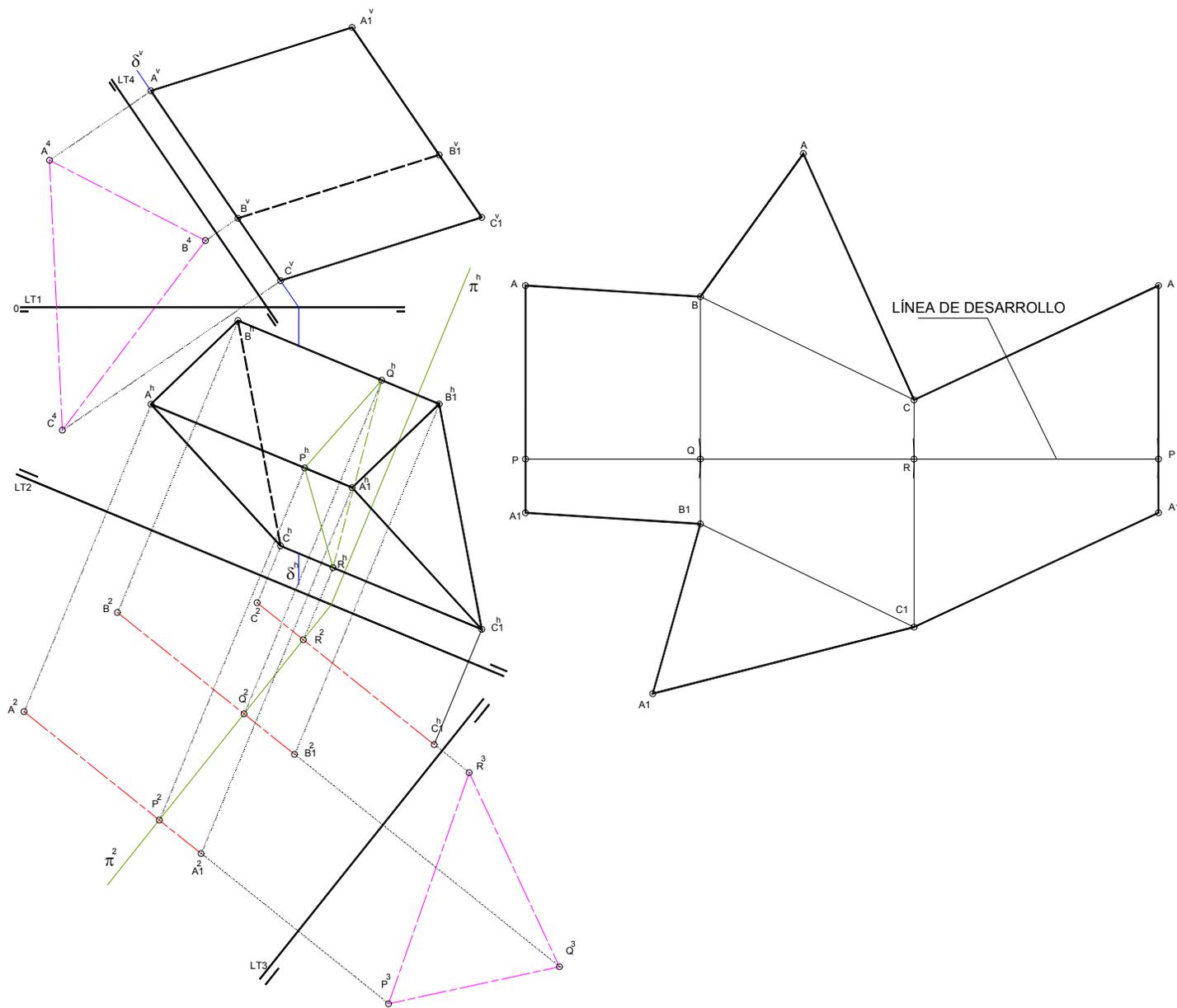


Fig. 4: Desarrollo de Prisma Oblicuo.

La Fig. 4 muestra el desarrollo de un prisma oblicuo cuya base ABC está contenida en un plano δ . En primer lugar, se ha realizado una nueva proyección en la que cada una de las aristas laterales del poliedro aparecen en verdadero tamaño, ya que en el sistema LT2 se encuentran en posición frontal. Si se construye un plano π perpendicular a las aristas laterales resulta ser proyectante vertical en el sistema LT2; los puntos de intersección entre dichas aristas y el plano π son los vértices de un polígono PQR (sección plana base de dos prismas rectos) cuyo verdadero tamaño se ha de determinar, para lo cual se genera un nuevo sistema LT3.

Para desarrollar la superficie lateral del prisma se dibuja una *Línea de Desarrollo*, correspondiente al perímetro de la sección plana PQR. A continuación se trazan perpendiculares a dicha línea de desarrollo por los puntos P, Q y R y sobre ellas se consignan las longitudes PA, QB y RC de un lado y las longitudes PA1, QB1 y RC1 del otro lado de la línea de desarrollo. Finalmente se copian el polígono base ABC, cuyo verdadero tamaño se ha determinado con antelación generando un nuevo sistema LT4, de forma lógica y ordenada. De igual forma se debe copiar el polígono de base superior A1B1C1, el cual es idéntico al polígono ABC.

Si el prisma es truncado el procedimiento a seguir es el mismo, con una sola diferencia: los polígonos de base inferior y de base superior son distintos, lo que hace que las aristas laterales sean de distinta longitud y que sea necesaria la determinación, por separado, del verdadero tamaño de dichos polígonos.

DESARROLLO DE SUPERFICIES DE SIMPLE CURVATURA

Desarrollo del cono de revolución recto

El desarrollo de la superficie de un cono de revolución recto es un sector circular de radio igual a la longitud *l* de las generatrices y de amplitud α dada a través de la expresión

$$\alpha = \frac{360 \times r}{l}$$

Donde *r* es el radio de la directriz del cono (Fig. 5).

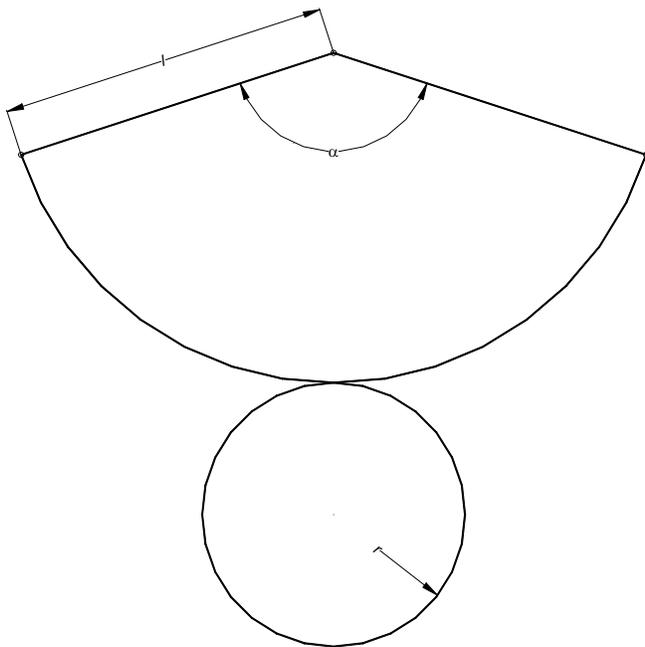


Fig. 5: Desarrollo de cono de revolución recto.

Si se trata de un cono truncado es necesario determinar la transformada de la sección plana - generalmente elíptica - en el desarrollo. Dada la complejidad de dicha curva, es conveniente aplicar un procedimiento aproximado para resolver este tipo de problemas, el cual consiste en inscribir en el cono una pirámide de *n* caras laterales iguales y desarrollarla como ya se ha indicado.

El resultado es una solución que nunca es exacta, sino que tienen un error por defecto en relación con el cono real. Sin embargo, resulta razonable su aplicación si se escoge un número *n* que permita una operación rápida y simple y un margen de error razonable.

En la Fig. 6 se muestra el desarrollo de un cono recto apoyado en el plano horizontal y truncado por un plano β . El primer paso consiste en dividir la base del cono en un número conveniente de partes (ocho en la figura), lo que resulta en los puntos 1,2,...,8. Luego se determina el vértice del cono y se halla el verdadero tamaño de las partes virtuales de cada una de las generatrices V1, V2,...,V8, que vienen a ser aristas laterales de una pirámide. Es evidente que las generatrices V1 y V5 son frontales, por lo que sus partes virtuales V1' y V2' se encuentran en verdadero tamaño en la

proyección vertical. Por simetría, las partes virtuales de las generatrices V2 y V8 son de igual tamaño; lo mismo ocurre con las generatrices V3 y V7 y con las generatrices V4 y V6.

Luego se realiza el desarrollo de la pirámide de base 12345678 y vértice V, trazando un arco de centro en V y radio igual al tamaño de una de las generatrices del cono no truncado. Después se consigna sobre dicho arco y a partir de uno cualquiera de sus puntos, la distancia que corresponde a una de las aristas de base de la pirámide, haciéndolo de modo sucesivo hasta lograr el perímetro de dicha base.

Es necesario restar de cada una de las aristas de la pirámide su correspondiente segmento virtual, lo que da como resultado los puntos 1', 2', ..., 8' en el desarrollo; estos puntos se deben unir usando una plantilla de curvas para dar lugar a la transformada de la sección elíptica. Finalmente, se copian los verdaderos tamaños de la directriz del cono (circunferencia) y de la sección producida por el plano β (elipse).

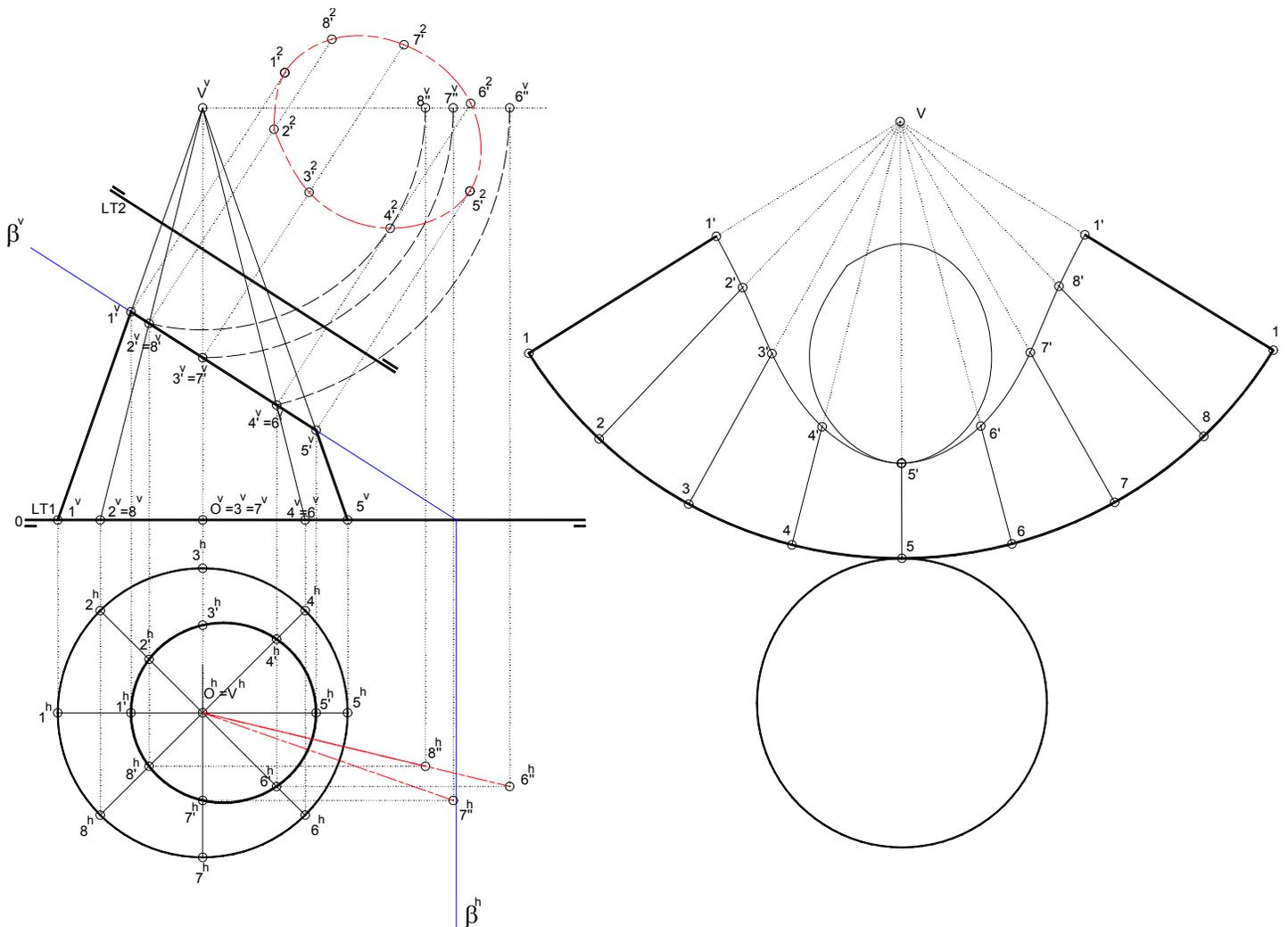


Fig. 6: Desarrollo de cono de revolución recto truncado.

Desarrollo del cono oblicuo

De igual manera que con el cono recto truncado, en este caso es conveniente realizar un desarrollo aproximado de la superficie del sólido, inscribiendo en él una pirámide y de un

número determinado de caras laterales y desarrollando ésta última. A mayor cantidad de caras laterales en la pirámide mejor será la precisión del método.

En la Fig. 7 se muestra el procedimiento seguido para desarrollar un cono oblicuo de base circular apoyada en PH y seccionado por un plano β . Se ha comenzado dividiendo la base del cono en ocho partes, comenzando por una de las generatrices contenidas en el plano perpendicular a la base que pasa por el eje (proyctante horizontal); esto se hace con la finalidad de obtener un desarrollo simétrico. La determinación de los verdaderos tamaños de cada una de las generatrices V_1, V_2, \dots, V_8 – y de sus partes virtuales – se ha determinado aplicando un giro en torno a un eje de pié que pasa por el vértice V ; nótese cómo gracias a la simetría se ha obtenido que $V_2=V_8, V_3=V_7$ y $V_4=V_6$.

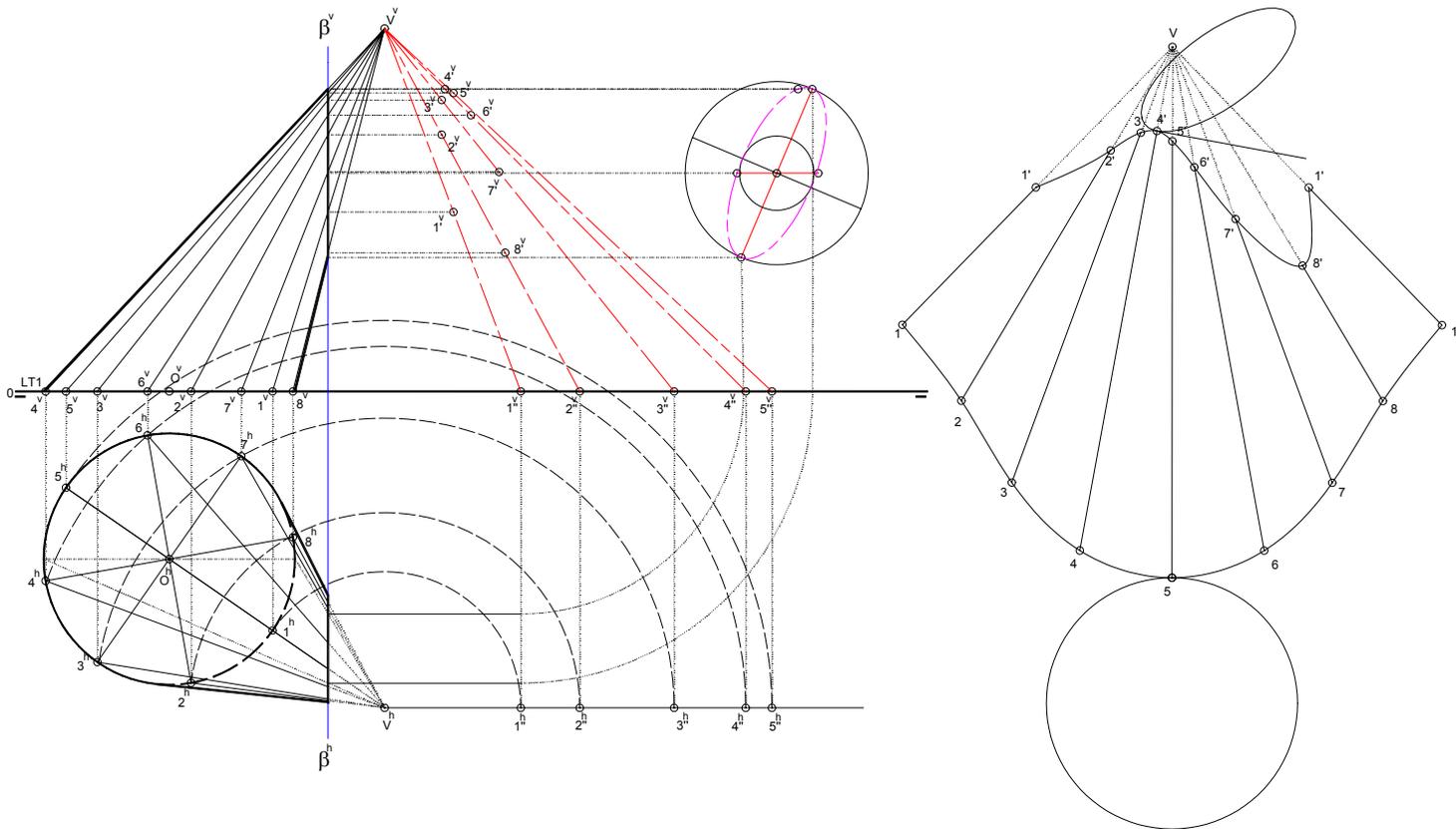


Fig. 7: Desarrollo de cono oblicuo truncado.

En el desarrollo de la superficie cónica se ha procedido de acuerdo con el método utilizado en el caso de pirámide oblicua, construyendo las caras laterales a partir del tamaño de cada uno de sus lados y comenzando por $1V_2$. Seguidamente se resta a cada generatriz su parte virtual, lo que da como resultado los puntos $1', 2', \dots, 8'$, los cuales deben ser unidos usando una plantilla de curvas; de igual forma se traza la curva correspondiente a la base del cono, definida por los puntos $1, 2, \dots, 8$ en el desarrollo. Finalmente, es necesario hallar el verdadero tamaño de la sección (elíptica) producida por β para copiarla en forma lógica y coherente en el desarrollo.

Desarrollo del cilindro de revolución recto

El desarrollo de la superficie de un cilindro de revolución recto es un rectángulo cuya altura es igual a la longitud de las generatrices (altura del cilindro) y de base igual al perímetro de la directriz ($2\pi r$).

Si el cilindro es truncado será necesario determinar la transformada de la curva de sección (elipse), para lo cual se recurre al método aproximado que consiste en el desarrollo de un prisma inscrito en el cilindro. En la Fig. 8 se muestra el desarrollo de un cilindro de revolución recto apoyado en el plano horizontal y seccionado por un plano β . En vista de que la base del sólido y sus generatrices se encuentran en verdadero tamaño, por situarse la primera sobre PH y ser de pié las segundas, sólo resta aplicar algún método de los ya conocidos para determinar la verdadera forma y tamaño de la sección elíptica.

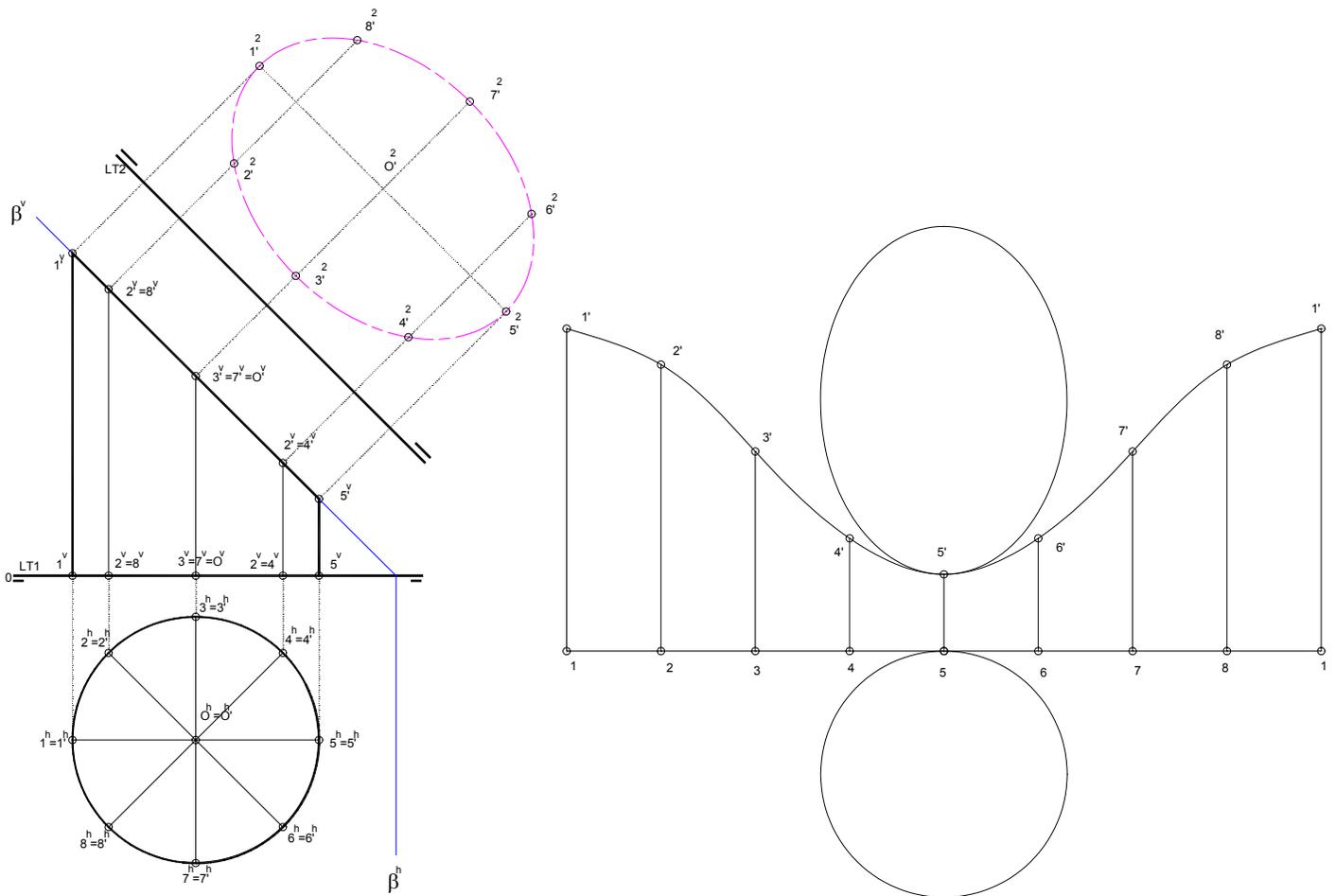


Fig. 8: Desarrollo de cilindro de revolución recto truncado.

Desarrollo del cilindro oblicuo

El procedimiento generalmente usado para realizar el desarrollo de un cilindro oblicuo es el de inscribir en él un prisma. Es evidente que se trata de un método aproximado cuya exactitud depende del número de caras laterales que posea el prisma. En la Fig. 9 se ha desarrollado un cilindro oblicuo de base circular apoyada en el plano horizontal y de generatrices oblicuas,

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN 20

truncado por un plano β . En primer lugar se ha dividido la base en ocho partes iguales, comenzando por un de las generatrices (V1) ubicadas en un plano perpendicular a la base que pasa por el eje del sólido; luego se trazan las generatrices correspondientes que serán las aristas del prisma inscrito en el cilindro (superficie a desarrollar).

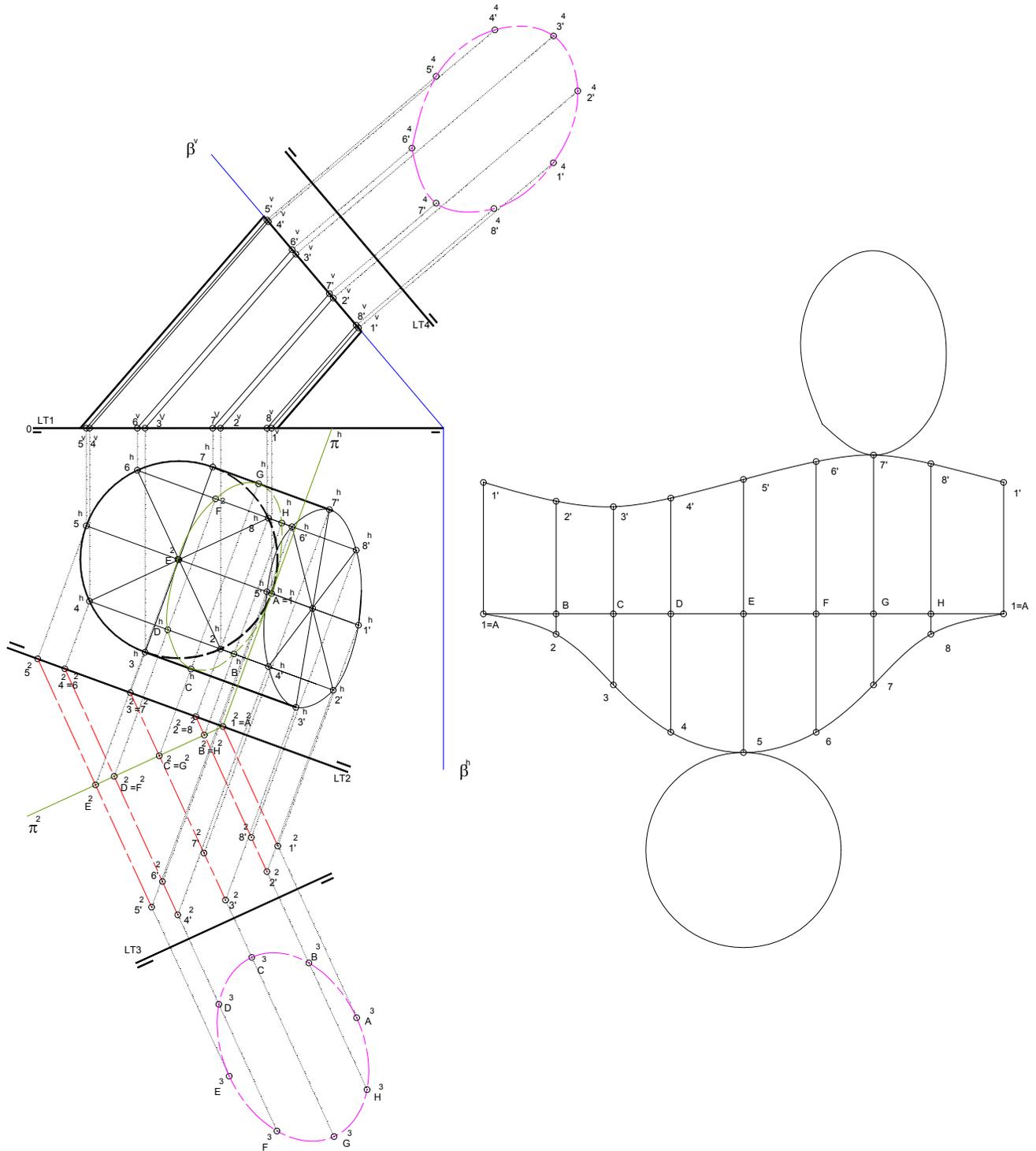


Fig. 9: Desarrollo de cilindro oblicuo truncado.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN 20

Con la finalidad de obtener el verdadero tamaño de cada una de las generatrices escogidas (recuérdese que se trata de un cilindro truncado y que su eje es oblicuo) y de facilitar el corte mediante un plano perpendicular a ellas (véase Desarrollo de Prismas Oblicuos), se ha generado un nuevo sistema LT2. La sección ABCDEFGH producida por el plano π divide al cilindro en dos sólidos rectos; es necesario determinar el verdadero tamaño de dicha sección – sistema LT3 en la figura - y copiar su perímetro a lo largo de la línea de desarrollo, lo que genera los puntos A, B,..., H por los cuales se trazan perpendiculares a aquella. Seguidamente, se consignan las distancias A1, B2,..., H8 sobre tales perpendiculares de un lado de la línea de desarrollo y las distancias A1', B2',..., H8' del otro.

En vista de que la sección producida por β en el cilindro no se encuentra en verdadero tamaño en el sistema Diédrico, se ha generado un cuarto sistema de proyección LT4 en el cual el plano β es horizontal.