# TEORIA DE LA ARQUITECTURA I

TALLER EHECATL 21.

TEMA:

PROPORCIÓN

# PROPORCIÓN.

- SE LLAMA PROPORCIÓN A LAS RELACIONES ENTRE LAS DIMENSIONES DE LOS SEGMENTOS DE UNA LÍNEA, DE LOS LADOS DE UN PLANO O DE LAS ARÍSTAS DE UN VOLUMEN.

- ESAS RELACIONES ESTAN DETERMINADAS SIEMPRE POR UN NÚMERO LLAMADO RAZÓN.

# PROGRESIONES ARITMÉTICAS.

- A PARTIR DE UN NÚMERO INICIAL Y POR ADICIÓN O SUSTRACCIÓN DE OTRO NÚMERO CONSTANTE (RAZÓN ARITMÉTICA), SE PUEDE CONSTRUIR UNA SERIE DE NÚMEROS CRECIENTES O DECRECIENTES, QUE PUEDE SER TOMADA COMO BASE PARA SELECCIONAR LOS QUE CORRESPONDERÁN A LAS DIMENSIONES DEL OBJETO.

- NÚMERO INICIAL 1
- NÚMERO CONSTANTE 2

- 3
- 2

- 5
- 2

- 7
- LA RELACIÓN ESTABLECIDA PRODUCE UN DESARROLLO TOTALMENTE MONÓTONO, PLANO SIMPLE.
- SERIE 1,3,5,7,9

- RAZÓN 2

# PROGRESIÓN GEOMÉTRICA.

- SE ESTRUCTURA LA SERIE MEDIANTE LA MULTIPLICACIÓN DEL NÚMERO INICIAL POR UN NÚMERO CONSTANTE (RAZÓN GEOMÉTRICA), RESULTA UNA SECUENCIA NUMÉRICA QUE CRECE O DECRECE MÁS RÁPIDAMENTE QUE LA ANTERIOR.

- NÚMERO INICIAL 1
- NÚMERO CONSTANTE 2

- 2
- 2
- 4

- 2
- 8

- SERIE 1,2,4,8,16,32

# PROGRESIONES ARMÓNICAS.

- SERIE DE NÚMEROS CUYOS RECÍPROCOS ESTÁN EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA, SU DESARROLLO SE DA POR LA ADICIÓN DE UNA RAZÓN QUE VARÍA DE UN TÉRMINO AL OTRO, YA QUE ESTA CONSTITUIDA POR UN NÚMERO INMEDIATAMENTE ANTERIOR EN CADA CASO, DE MANERA QUE LA SUMA DE DOS TÉRMINOS CONSECUTIVOS DA EL VALOR DEL TÉRMINO SIGUIENTE.

- SERIE DE FIBONACCI.
- NÚMERO INICIAL 1
- NÚMERO VARIABLE 1
- 2
- + 1
- 3
- +2
- 5
- +3
- 8
- +5
- 13

- SERIE 1,1,2,3,5,8,13,21,34

# SECCIÓN ÁUREA.

- ENTRE LAS PROGRESIONES GEOMÉTRICAS EN LAS QUE CADA TÉRMINO ES IGUAL A LA SUMA DE LOS DOS NATERIORES, ESTO ES, CON UNA RAZÓN ARMÓNICA COMO LA SERIE DE FIBONACCI, HAY UNA QUE RESULTA MUY INTERESANTE Y DE LA MAYOR IMPORTANCIA EN EL CAMPO DE LA PROPORCIÓN POR QUE ES POSIBLE CONSTRUIRLA CON TAN SÓLO DOS TÉRMINOS, DE CUYA SUMA RESULTA EL TERCERO NECESARIO PARA ESTABLECER EL VÍNCULO ENTRE ELLOS QUE PERMITE SU COMBINACIÓN ARMÓNICA DE MANERA QUE LA RELACIÓN ENTRE EL TÉRMINO MENOR Y EL TÉRMINO MAYOR SEA IGUAL A LA RELACIÓN QUE SE DA ENTRE ESTE ÚLTIMO

- Y LA SUMA DE LOS DOS ( O TERCER TÉRMINO DE LA SERIE), QUEDANDO LOS TRES INTEGRADOS EN UNA UNIDAD PERFECTAMENTE COHESIONADA EN LA MEDIDA QUE EN EL TÉRMINO QUE HACE LAS VECES DE VÍNCULO ESTÁN PRESENTE LOS DOS TÉRMINOS A RELACIONAR.

• DESARROLLO ANALÍTICO

y la expresión inicial para el desarrollo analítico:

$$\frac{a+b}{b}=\frac{b}{a} \quad \text{-------------} \quad (1)$$

- descomponiendo el primer término de la (1):

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{b}=\frac{b}{a}$$

- multiplicando por $\left(\frac{b}{a}\right)$:

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)=\frac{b}{a}\left(\frac{b}{a}\right)$$

- desarrollando esta ecuación:

$$\frac{ab}{ab}+\frac{b^{\cancel{2}}}{a\cancel{b}}=\frac{b^2}{a^2}$$

$$1+\frac{b}{a}=\frac{b^2}{a^2}$$

- igualando con cero:

$$1+\frac{b}{a}-\frac{b^2}{a^2}=0$$

- ordenando los términos:

$$-\frac{b^2}{a^2}+\frac{b}{a}+1=0$$

- multiplicando por (−), para darle la forma de la ecuación de 2º grado:

$$\frac{b^2}{a^2}-\frac{b}{a}-1=0 \quad \text{-------------} \quad (3)$$

$$ax^2+bx+c=0 \quad \therefore \quad \boxed{\begin{aligned} a&=1\\ b&=-1\\ c&=-1\end{aligned}} \quad y: \boxed{x^2=\frac{b^2}{a^2}\ ;\ x=\frac{b}{a}}$$

- sustituyendo estos valores en la ecuación general de 2º grado:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4(1)(-1)}}{2(1)}$$

desarrollando esta ecuación:

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \quad \text{-------------} \quad (4)$$

$$\therefore \quad x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{x_1=1.618=\varphi} \quad \text{-------------} \quad (5)$$

$$x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{x_2=-0.618=-\frac{1}{\varphi}} \quad \text{-------------} \quad (6)$$

de la (3) tenemos:

$$x^2=\frac{b^2}{a^2}$$

$$x=\frac{b}{a} \quad \text{-------------} \quad (7)$$

sustituyendo en la (7) el valor de $(x_1)$:

$$x_1=\frac{b}{a}=1.618 \quad \therefore \quad b=1.618\,a$$

- asignando al segmento mayor (b) un valor igual a la unidad y sustituyendo este en la anterior ecuación:

$$b = 1$$
$$\therefore\ 1 = 1.618\,a$$

$$a = \frac{1}{1.618}$$

$$\boxed{a = 0.618}$$

- sustituyendo estos valores de los dos segmentos en la (1):

$$\frac{1 + 0.618}{1} = \frac{1}{0.618}$$

$$\frac{1.618}{1} = \frac{1}{0.618}$$

$$1.618 = 1.618 \checkmark$$

quedando dividida la recta (AC) según lo establecido:

| | | |
|---|---|---|
| $a = 0.618$ | segmento menor | |
| $b = 1.000$ | segmento mayor | |
| $a+b = 1.618$ | longitud total | $= AC$ |

*en general, a partir de la (7) tenemos:

$$x = \frac{b}{a}; \quad x_1 = \frac{b}{a} = 1.618$$

$$\therefore\ \boxed{a = \frac{b}{1.618}} \quad (8)$$

$$\boxed{b = 1.618\,a} \quad (9)$$

y como, tomando el valor de (b) en la (9):

$$a+b = a + 1.618\,a = a\,(1 + 1.618)$$

$$\boxed{a+b = 2.618\,a} \quad (10)$$

a su vez, tomando el valor de (a) en la (8):

$$a+b = \frac{b}{1.618} + b = \frac{1.618 + b}{1.618} = \frac{2.618\,b}{1.618}$$

$$\boxed{a+b = 1.618\,b} \quad (11)$$

- por lo tanto, en función de las ecuaciones anteriores:

si $a = 0.382$
$b = 0.618$
$a+b = 1.000$

si $a = 0.618$
$b = 1.000$
$a+b = 1.618$

si $a = 1.000$
$b = 1.618$
$a+b = 2.618$

si $a = 1.618$
$b = 2.618$
$a+b = 4.236$

La relación de magnitud cuya expresión es, según la (5):

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618$$

constituye la base de la progresión **armónica** y **dinámica** que ha

## RESUMEN COMPARATIVO

FIGURA 12

RCIONALES

– ARITMÉTICA

$$a \,.\, x : x \,.\, b$$

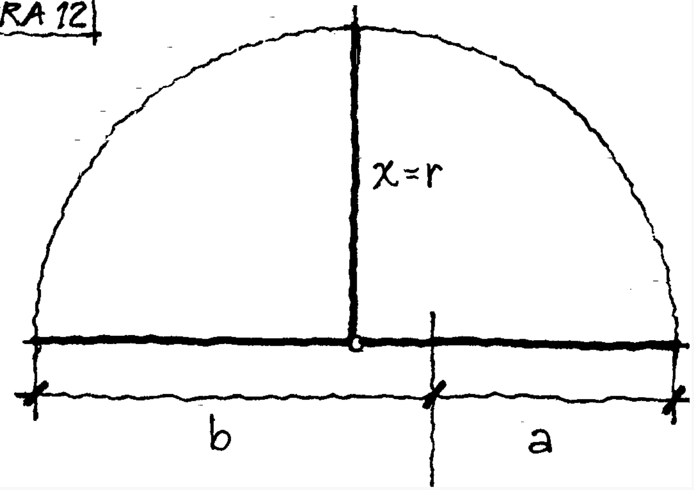
$$a - x = x - b$$

$$-x = x - a - b$$

$$-x - x = -a - b \qquad \text{por } (-)$$

$$2x = a + b$$

$$\boxed{x = \frac{a+b}{2}}$$




12(a)

DIAS PROPO

– GEOMÉTRICA

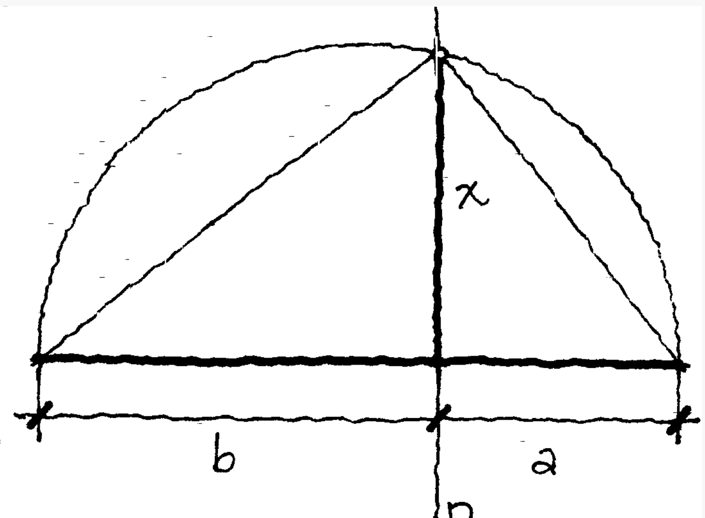
$$a : x :: x : b$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

$$\frac{ab}{x} = x$$

$$ab = x^2$$

$$\boxed{x = \sqrt{ab}}$$




12(b)

ARMÓNICA

$$\frac{a-x}{a}=\frac{x-b}{b}$$

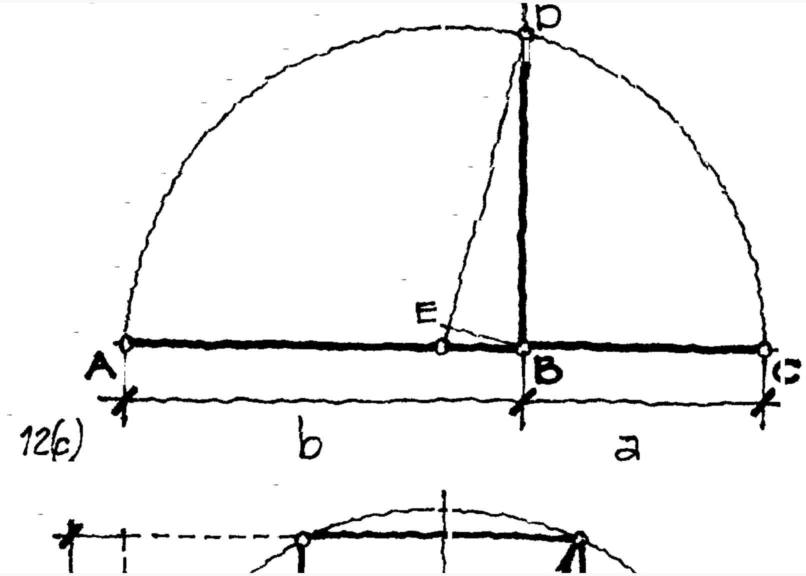
$$b(a-x)=a(x-b)$$

$$ab-bx=ax-ab$$

$$ab+ab=ax+bx$$

$$2ab=x(a+b)$$

$$\boxed{x=\frac{2ab}{a+b}}$$




$$x=\frac{2ab}{a+b}$$

● **MEDIA Y EXTREMA RAZÓN**

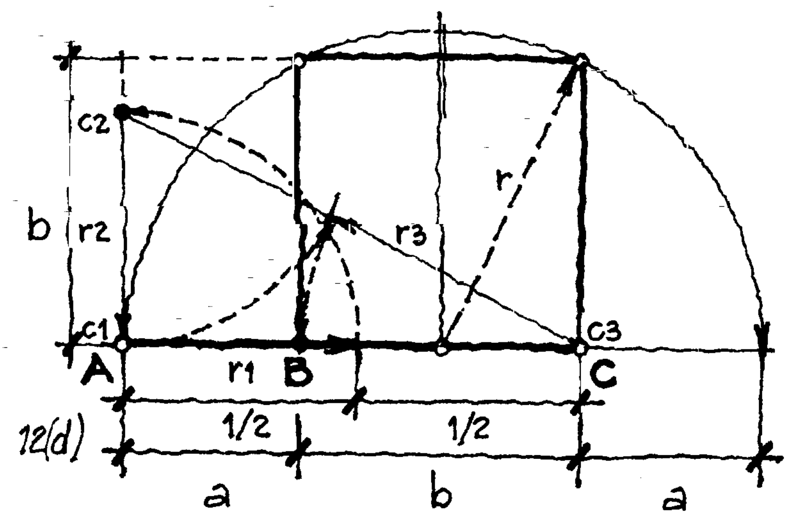
SECCIÓN ÁUREA

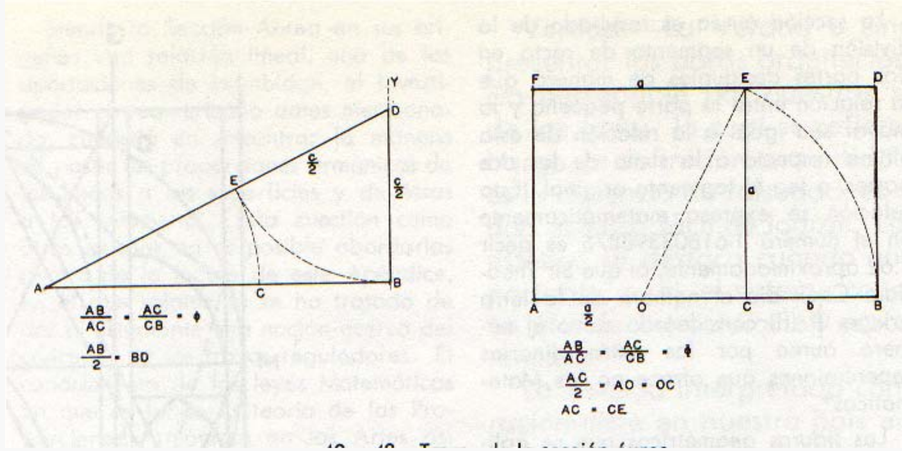
$$\frac{a+b}{b}=\frac{b}{a}$$

$$a = 0.618$$

$$b = 1.000$$

$$a+b = 1.618 = \varphi$$





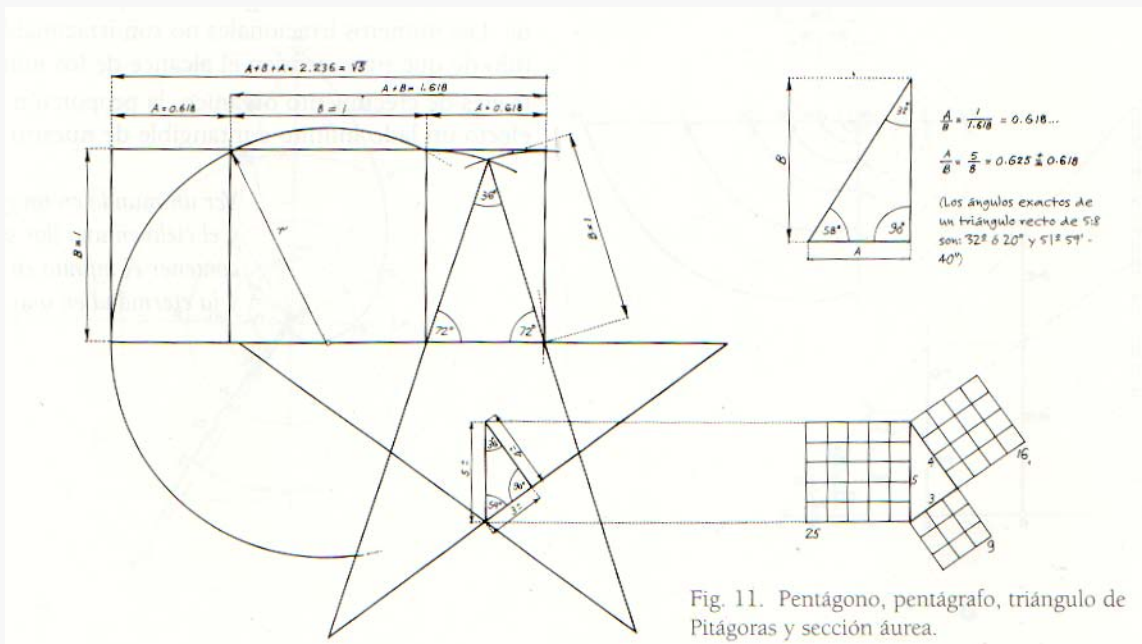




Fig. 11. Pentágono, pentágrafo, triángulo de Pitágoras y sección áurea.

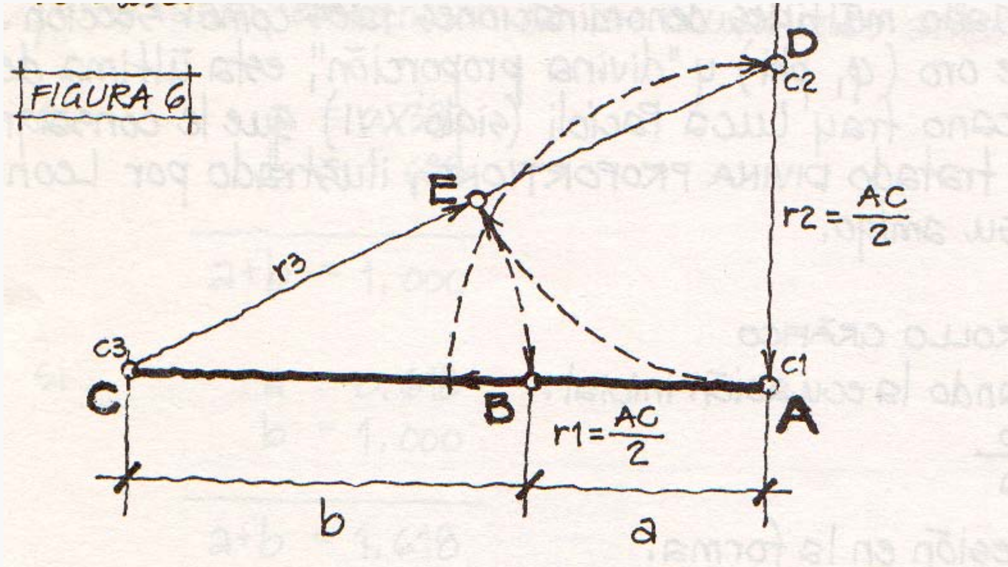
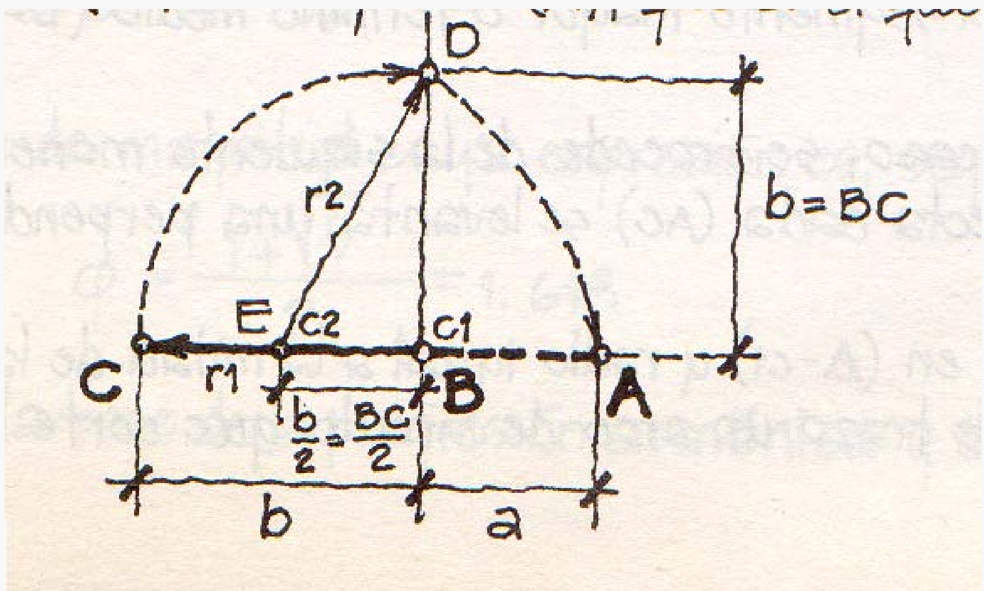
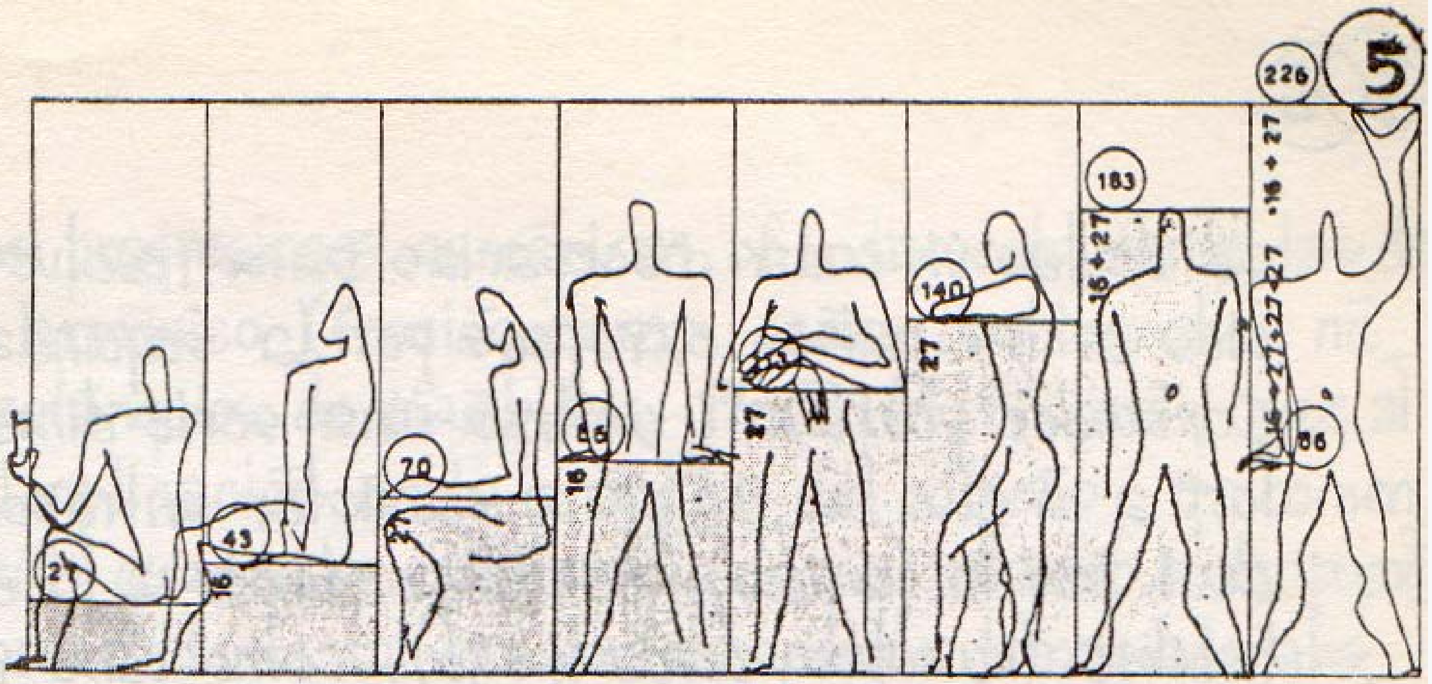
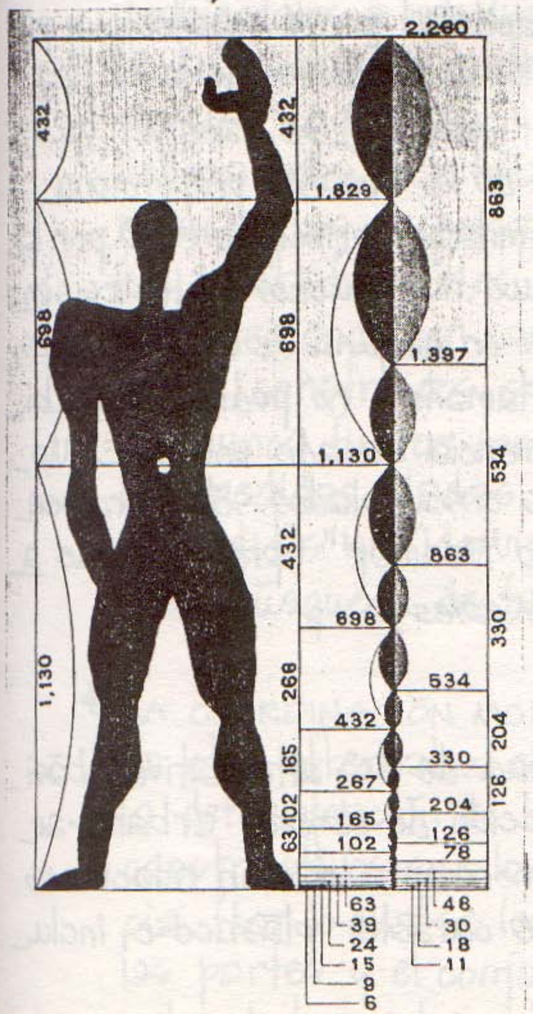



FIGURA 6

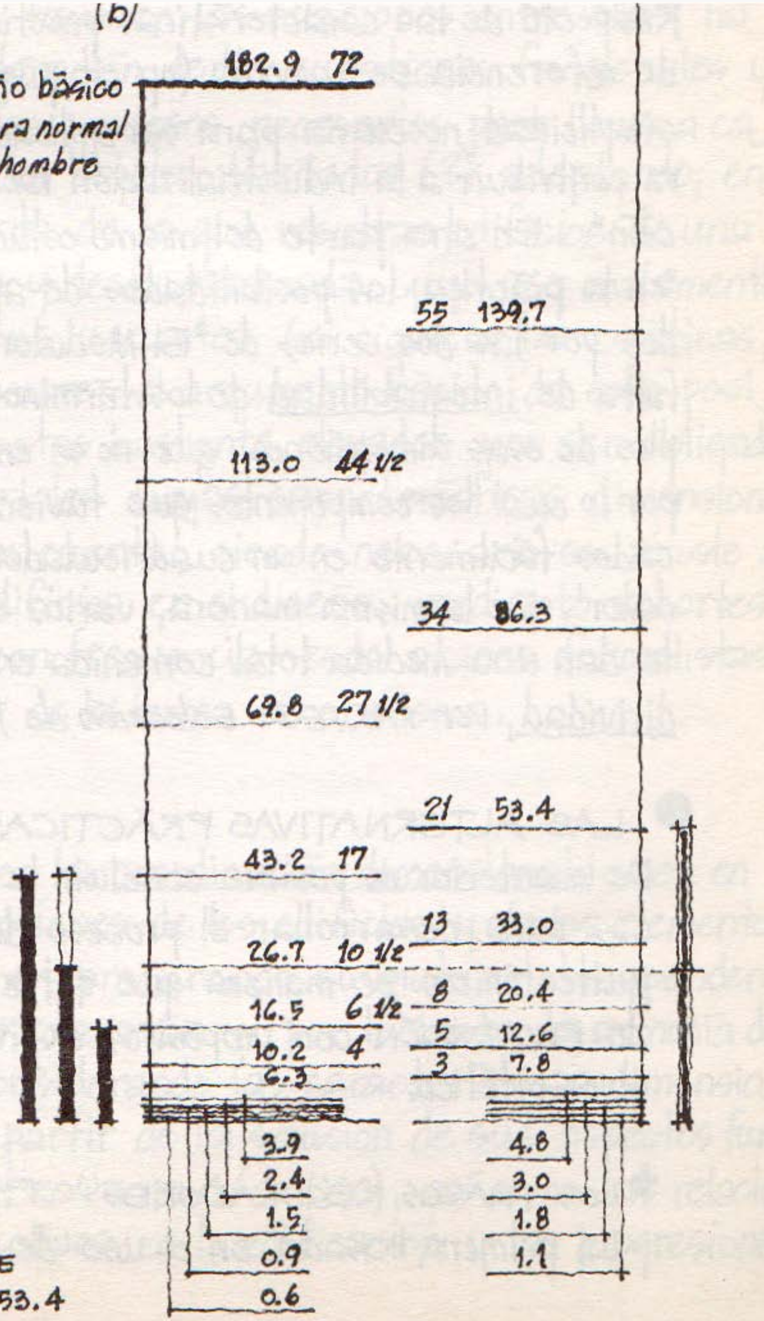



226
5
183
16 + 27
16 + 27
140
27
27
55
16
70
43
16
27
86

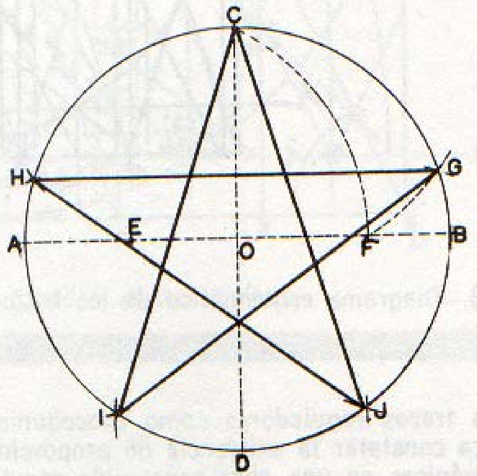
(c) DE LA
Oeuvre Complète

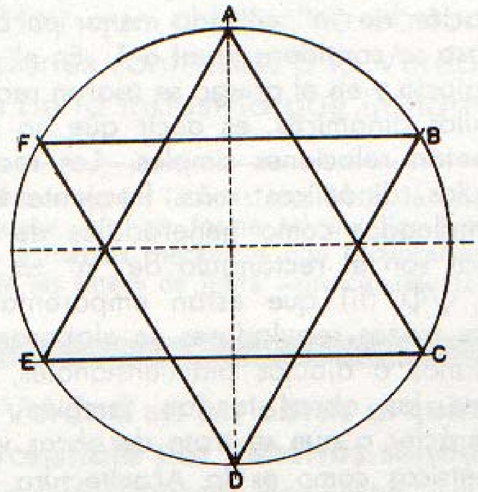



* tamaño básico
estatura normal
de un hombre




- EN CADA SERIE DOS TAMAÑOS CONSECUTIVOS CUALESQUIERA SE ADICIONAN PARA FORMAR EL SIGUIENTE: 26.7 + 16.5 = 43.2
- CADA TAMAÑO DE LA SERIE AZUL ES EL DOBLE DE UN TAMAÑO DE LA SERIE ROJA: 26.7 * 2 = 53.4




44. Pentágono y exágono estrellados

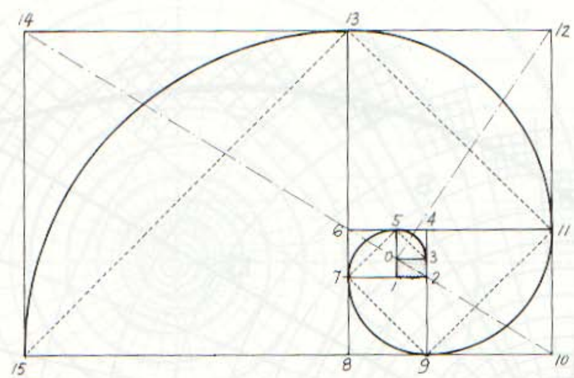



Fig. 99. Espiral logarítmica, típica del crecimiento de las conchillas. Las sucesivas etapas de crecimiento están marcadas por los "cuadrados en remolino" y rectángulos áureos que crecen en progresión armónica desde el centro 0 hacia afuera.

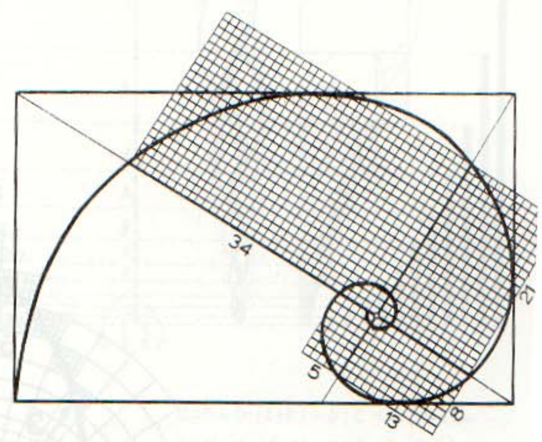



Fig. 100. Números de Fibonacci de las espirales logarítmicas, típicas de las conchillas.