

# Transferencia de calor por Convección

# Menú

- Problema
- Objetivos
- Números adimensionales para la transferencia de energía por convección
- Convección libre
  - Placas
  - Esferas
  - Cilindros
- Convección Forzada
  - Tubos. Laminar y Turbulento
  - Objetos sumergidos. Diferentes geometrías

# Problema

- ¿Qué correlaciones emplear cuando la transferencia de energía se realiza en presencia de un fluido en movimiento?

# Objetivos.

- Conocer los criterios para determinar la correlación que debe utilizarse.
- Conocer los grupos de números adimensionales en términos de los cuales pueden escribirse las correlaciones para calcular la transferencia de energía por convección.
- Realizar cálculos de transferencia de calor por conducción usando la hoja de Excel
- Realizar cálculos de transferencia de calor por conducción usando el simulador de Matemática.

# Criterios.

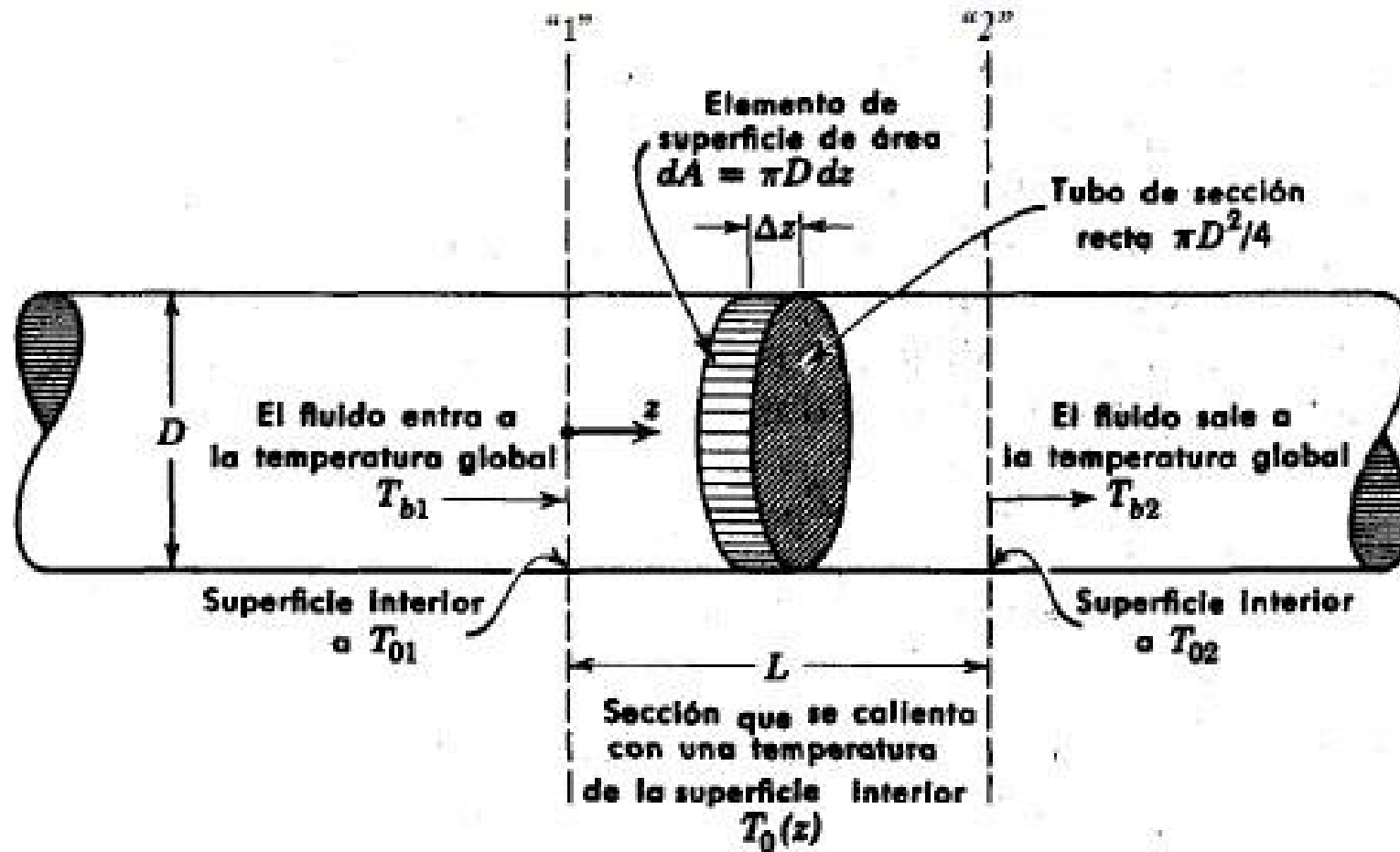
- Simetrías :
  - Placas (paredes, vidrios, piso)
  - Esferas (sólidos, gotas o burbujas),
  - Cilindros (tubos), otra (lecho fluidizado)
- Origen de la convección:
  - Natural o forzada.
- Régimen del fluido:
  - Laminar, turbulento
- En cada caso verificar:
  - Cómo se construyeron las correlaciones.
  - Entender el significado de los parámetros)

# Grupos de números adimensionales para la transferencia de energía por convección

ejercicio de la clase anterior: Determinar los números adimensionales para la transferencia de calor de un tubo por el que circula un fluido caliente al medio que lo rodea.

Variable	Símbolo	Dimensiones
Diámetro del tubo	$D$	$[L]$
Conductividad térmica del fluido	$k$	$[ML/t^3T]$
Velocidad de corriente libre del fluido	$U_\infty$	$[L/t]$
Densidad del fluido	$\rho$	$[M/L^3]$
Viscosidad del fluido	$\mu$	$[M/Lt]$
Calor específico a presión constante	$c_p$	$[L^2/t^2T]$
Coefficiente de transferencia de calor	$\bar{h}_c$	$[M/t^3T]$

# Transmisión de calor en un tubo circular Nomenclatura.



$$Nu = \frac{h_m D}{k_f}$$

$T_f$  Temperatura de película

0: Pared del tubo  
B: El Fluido  
1, 2 Zonas del tubo

# Construcción de los números adimensionales

Como existen siete variables y cuatro magnitudes fundamentales, se espera que haya tres variables adimensionales

Para determinarlas se escribe la ecuación :

$$\pi = D^a k^b U_\infty^c \rho^d \mu^e c_p^f h_c^g$$

Y se determinan los valores de los exponentes, para cada uno de los tres parámetros adimensionales:



# Determinación de los exponentes

Substituyendo las magnitudes, tenemos:

$$\pi = [L]^a \left[ \frac{ML}{t^3 T} \right]^b \left[ \frac{L}{t} \right]^c \left[ \frac{M}{L^3} \right]^d \left[ \frac{M}{Lt} \right]^e \left[ \frac{L^2}{t^2 T} \right]^f \left[ \frac{M}{t^3 T} \right]^g$$

lo que lleva al sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} b + d + e + g &= 0 && \text{para } M \\ a + b + c - 3d - e + 2f &= 0 && \text{para } L \\ -3b - c - e - 2f - 3g &= 0 && \text{para } t \\ -b - f - g &= 0 && \text{para } T \end{aligned}$$

# La física y la matemática

El sistema de cuatro ecuaciones, tiene siete incógnitas entonces pueden determinarse “arbitrariamente” tres de ellas.

La manera de determinarlas “arbitrariamente”; no es tan arbitraria, si es única.

La selección pasa por la física (y la matemática) del problema

Por ejemplo, en un caso pueden seleccionarse  $g=1$ ,  $c=0$  y  $d=0$ :

En otro:  $a=1$ ,  $f=0$ ,  $g=0$  en otro:  $e=1$ ,  $c=0$ ,  $g=0$

# La física y la matemática

Cada una de estas tres maneras de seleccionar la terna de variables arbitrarias, lleva un sistema consistente de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas.

Por lo tanto tendremos tres sistemas de ecuaciones que resolver, la solución de cada uno de ellos, dará uno de los números adimensionales que se buscaban.

# La física.

Para interpretar la física de la selección “arbitraria”, recordemos el significado de los exponentes

$$\pi = D^a k^b U_\infty^c \rho^d \mu^e c_p^f \hbar^g$$

La selección  $g=1$ ,  $c=0$  y  $d=0$  significa que interesa dimensionalizar  $\hbar$  y que  $U_\infty$  y  $\rho$  no “interesan” para ese parámetro adimensional

# La física.

de la misma manera la selección  $a=1, f=0, g=0$  significa que ahora sí “interesa” para adimensionalizar (elevadas a potencias, por determinar)

$$\pi = D^a k^b U_\infty^c \rho^d \mu^e c_p^f \bar{h}^g$$

la selección  $e=1, c=0, g=0$  significa que se desea comparar el efecto de la difusividad térmica y de cantidad de movimiento

# La matemática

Para que el sistema de ecuaciones pueda resolverse, su determinante debe ser diferente de cero

En el primer caso ( $g=1, c=0$  y  $d=0$ ) la solución del sistema de ecuaciones es  $a=1, b=-1, e=0, f=0$

Lo que sustituido en

$$\pi = D^a k^b U_\infty^c \rho^d \mu^e c_p^f \bar{h}_c^g$$

Da:

$$\pi_1 = \frac{\bar{h}_c D}{k}$$

Que es el número de Nusselt

# La matemática

analogamente para el segundo caso (a=1, f=0, g=0)  
solución del sistema de ecuaciones es:  
a=0, c= 1, d=1 e=-1

Lo que sustituido en

$$\pi = D^a k^b U_\infty^c \rho^d \mu^e c_p^f h_c^g$$

Da:

$$\pi_2 = \frac{U_\infty D \rho}{\mu}$$

Que es el número de Reynolds

# La matemática

Para el tercer caso ( $e=1, c=0, g=0$ )  
la solución del sistema de ecuaciones es:  
 $a=0, b=-1, c=1, d=0, f=1$

Lo que sustituido en

$$\pi = D^a k^b U_\infty^c \rho^d \mu^e c_p^f h_c^g$$

Da:

$$\pi_3 = \frac{c_p \mu}{k}$$

Que es el número de Prandtl



# Convección libre.

la ecuación de cantidad de movimiento

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = (\rho_e - \rho)g + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$g(\rho_e - \rho) = g(\rho_\infty - \rho) = -g\rho\beta(T_\infty - T)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente de dilatación térmica, definido como

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p \cong \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho(T - T_\infty)}$$

Para un gas ideal (es decir,  $\rho = p/RT$ ), el coeficiente de dilatación térmica es

$$\beta = \frac{1}{T_\infty}$$

$$\frac{Gr\rho\beta g(T_0 - T_1)}{\overline{Re}^2} \cong \frac{\text{fuerzas de flotación}}{\text{fuerzas de inercia}}$$

# Ecuaciones para los perfiles de velocidad y de temperatura

- Perfil de velocidad

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

- Perfil de temperatura

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

# Búsqueda de los parámetros adimensionales.

Las magnitudes físicas de interés son:

$U_{\infty}$  = velocidad característica

$L$  = longitud característica

$g$  = aceleración de la gravedad

$\beta$  = coeficiente de dilatación

$(T - T_{\infty})$  = diferencia de temperatura

$\nu$  = viscosidad cinemática

$\alpha$  = difusividad térmica

También hay un poco de “maña”

# Dependencia del Nusselt

Procediendo de manera análoga a la del ejemplo anterior:

$$\pi_1 = \frac{U_\infty L}{\nu} \quad \text{Reynolds}$$

$$\pi_2 = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{Prandtl}$$

$$\pi_3 = \frac{g\beta(T - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad \text{Grashof}$$

Con:

$$\text{Nu} = \text{Nu}(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$$

# Dependencia de Nu de los números adimensionales<sup>1</sup>.

$$Gr_L \ll Re_L^2 \quad \textit{forced convection} \quad Nu_L = f(Re_L, Pr)$$

$$Gr_L \gg Re_L^2 \quad \textit{free convection} \quad Nu_L = f(Gr_L, Pr)$$

$$Gr_L \approx Re_L^2 \quad \textit{combined convection} \quad Nu_L = f(Re_L, Gr_L, Pr)$$

1. En los casos de convección, la viscosidad casi no interviene, por lo que el número de Brinkman no tendrá mucha relevancia.

# Número de Rayleigh

$$\text{Nu} = \phi(\text{Gr})\psi(\text{Pr}) \quad (5.9)$$

El número de Grashof y el número de Prandtl con frecuencia se agrupan como un producto  $\text{GrPr}$ , que se denomina *número de Rayleigh*,  $\text{Ra}$ . Después la relación del número de Nusselt se convierte en

$$\text{Nu} = \phi(\text{Ra}) \quad (5.10)$$

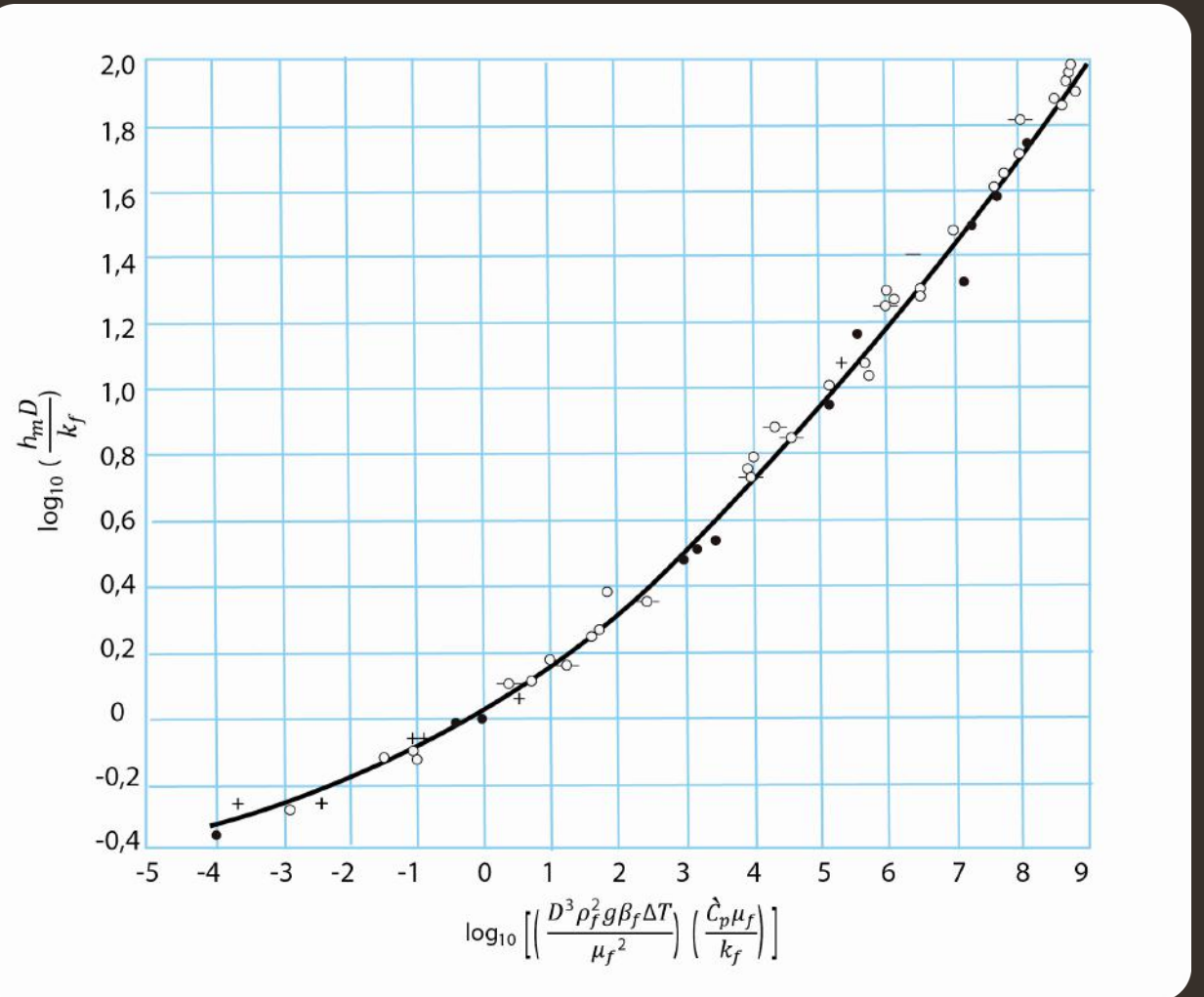
# Cilindro sumergido Convección libre

## Cilindro en convección natural

En este caso  $Nu = Nu(Gr, Pr)$ .

Para  $Gr Pr > 10^4$ , esta gráfica está representada por la ecuación

$$Nu = 0.525 (GrPr)^{1/4}$$



# Ejemplo. Pérdida de calor por convección libre desde una tubería horizontal

Estimar la velocidad de pérdida de calor por convección libre por unidad de longitud de una tubería horizontal de 15 cm de diámetro externo, si la temperatura de la superficie es de  $38^{\circ}\text{C}$  y el aire que la rodea está a 1 atm y  $27^{\circ}\text{C}$ .



# Solución.

Primero calculamos la temperatura de película.  $T_f = (T_0 + T_\infty) / 2 = 32.5 = 305.6 \text{ }^\circ\text{K}$

A una presión de 1 atm y esa temperatura las propiedades del aire son:

$\mu$	$0.0684 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{hr}^{-1}$
$\rho$	$1.158 \text{ kg}/\text{m}^3$
$C_p$	$0.241 \text{ kcal kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$K$	$0.0226 \text{ kcal hr}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$\beta$	$= 1/T_f = 1/305.6 \text{ }^\circ\text{K}^{-1}$

Los demás valores que se necesitan son

D	0.15 m
$\Delta T$	$11 \text{ }^\circ\text{K}$
g	$1.27 \times 10^8 \text{ mhr}^{-2}$

El coeficiente de expansión en volumen se define mediante la ecuación:

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{(1/\rho)} \left( \frac{\partial(1/\rho)}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

# Solución.

Con esos valores calculamos el producto

$$GrPr = D^3 \rho^2 g \beta (T_0 - T_\infty) / \mu^2 (C_p \mu / k)$$

$$GrPr = \left( \frac{(0,15)^3 (1,158)^2 (1,27 \times 10^8) (11/305,6)}{0,0684} \right) \left( \frac{0,241}{0,0226} \right) = 3,2 \times 10^6$$

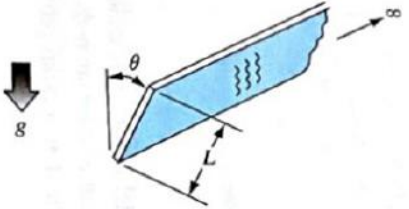
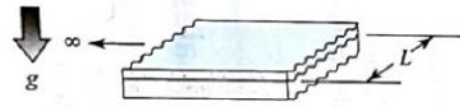
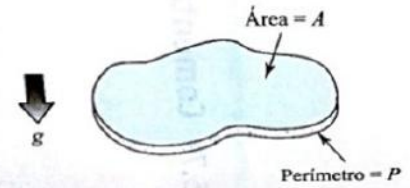
Usando la gráfica o la ecuación se obtiene:

Nu= 22.2 con lo cual

$$h = \frac{Nu k}{D} = \frac{(22,2)(0,0226)}{0,15} = 3,3 \text{ kcal hr}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

# Flujo sobre placas

**TABLA 5.2** Correlaciones de transferencia de calor por convección natural

Geometría	Ecuación de correlación	Restricciones
<p>Placa larga vertical o inclinada con la superficie caliente hacia abajo</p> 	$\overline{Nu}_L = 0.56(Gr_L Pr \cos \theta)^{1/4}$	$10^5 < Gr_L Pr \cos \theta < 10^{11}$ $0 \leq \theta \leq 89^\circ$
<p>Placa larga horizontal con la superficie caliente hacia arriba o la superficie fría hacia abajo</p> 	$\overline{Nu}_L = 0.54 Ra_L^{1/4}$ $\overline{Nu}_L = 0.15 Ra_L^{1/3}$ $L = A/P$	$10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 10^7$ $10^7 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10}$
<p>Placa horizontal con la superficie caliente hacia abajo o la superficie fría hacia arriba</p> 	$\overline{Nu}_L = 0.27 Ra_L^{1/4}$ $L = A/P$	$10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10}$

Condensación de agua sobre superficies sólidas

# Condensación sobre una placa.

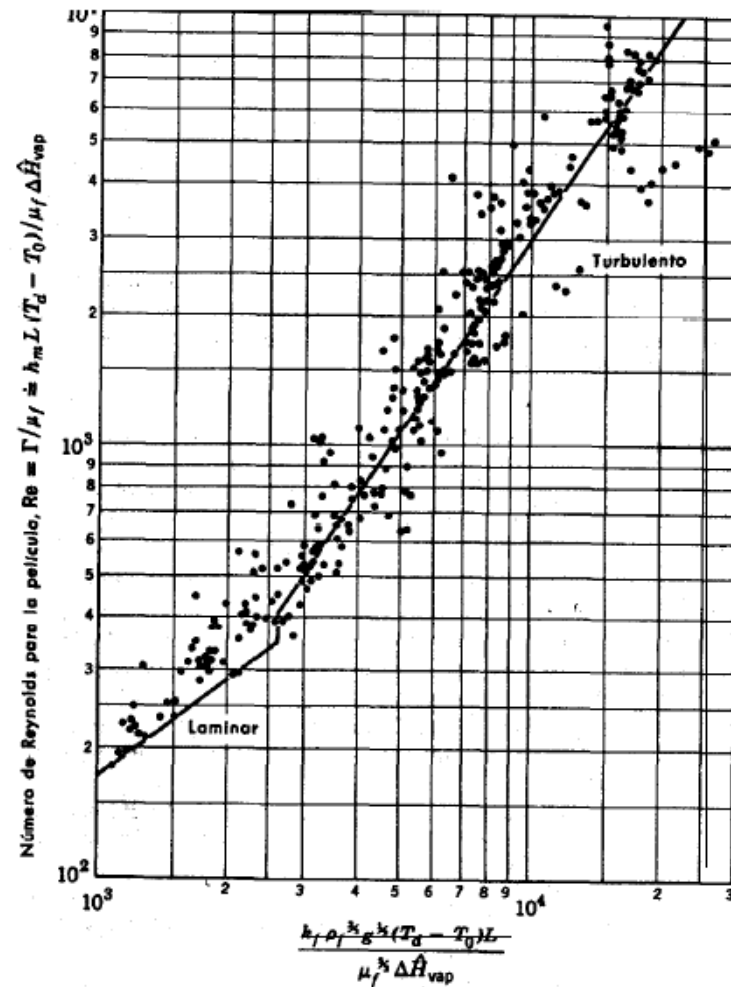
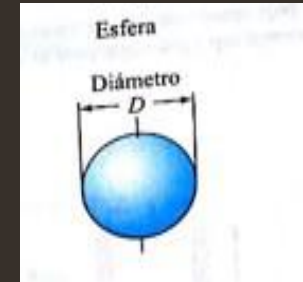


Fig. 13.6-2. Correlación de datos de transmisión de calor para la condensación en película de vapores puros en superficies verticales. [U. GRIGULL, *Die Grundgesetze der Wärmeübertragung*, Springer, Berlin (1955), tercera edición, p. 296.1

# Esferas.

Esfera sumergida. Convección libre

$$\frac{h_m D}{k} = 2 + 0,60 \left( \frac{D^3 \rho_f^2 g \beta \Delta T}{\mu^2} \right)^{1/4} \left( \frac{\dot{C}_p \mu}{k} \right)^{1/3}$$

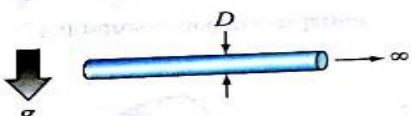


$$1 < Gr_D < 10^5$$

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.392(Gr_D)^{1/4}$$

# Otras correlaciones para convección natural

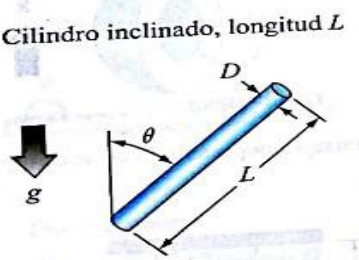
**Un cilindro horizontal largo**



$$\overline{Nu}_D = 0.53(Gr_D Pr)^{1/4}$$

$$\overline{Nu}_D = 0.53(Gr_D Pr^2)^{1/4}$$

**Cilindro inclinado, longitud L**

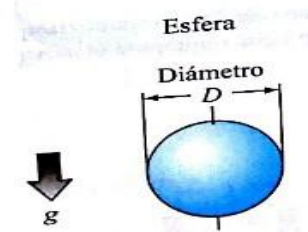


$$\overline{Nu}_L = [2.9 - 2.32(\text{sen } \theta)^{0.8}] \times (Gr_D)^{-1/12} [Gr_L Pr]^{(1/4 + 1/12(\text{sen } \theta)1.2)}$$

$$\overline{Nu}_L = [0.47 + 0.11(\text{sen } \theta)^{0.8}] (Gr_D)^{-1/12} (Gr_L Pr)^{1/3}$$


**Esfera**

Diámetro D



$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.392(Gr_D)^{1/4}$$

**Cono vertical**



$$\overline{Nu}_L = 0.63(1 + 0.72\varepsilon) Gr_L^{1/4}$$

**Pr > 0.5; 10<sup>3</sup> < Gr<sub>D</sub> < 10<sup>9</sup>**  
Metales líquidos, flujo laminar

**Laminar:**  
 $9.88 \times 10^7 \leq Gr_L Pr \leq (Gr_L Pr)_{cr}$   
 $1.08 \times 10^4 \leq Gr_D \leq 6.9 \times 10^5$


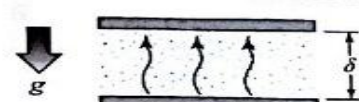
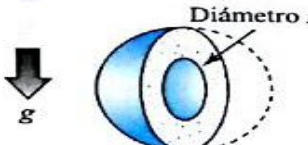

**Turbulento:**  
 $(Gr_L Pr)_{cr} \leq Gr_L Pr \leq 2.95 \times 10^{10}$   
 $1.08 \times 10^4 \leq Gr_D \leq 6.9 \times 10^5$   
 donde  $(Gr_L Pr)_{cr} = 2.6 \times 10^9 + 1.1 \times 10^9 \tan \theta$

$1 < Gr_D < 10^5$

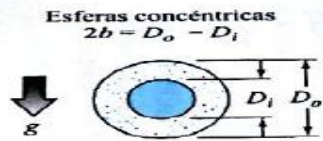
$3^\circ < \phi < 12^\circ$   
 $7.5 < \log Gr_L < 8.7$   
 $0.2 \leq \varepsilon < 0.8$   
 donde  $\varepsilon = 2/[Gr_L^{1/4} \tan(\phi/2)]$

(Cont)

# Otras correlaciones para convección natural

Geometría	Ecuación de correlación	Restricciones
<p>Espacio contenido entre dos placas verticales calentado desde un lado</p> 	$\overline{Nu}_\delta = 0.22 \left( \frac{L}{\delta} \right)^{-1/4} \left( \frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_\delta \right)^{0.28}$ $\overline{Nu}_\delta = 0.18 \left( \frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_\delta \right)^{0.29}$	$\begin{cases} 2 < \frac{L}{\delta} < 10, Pr < 10 \\ Ra_\delta < 10^{10} \end{cases}$ $\begin{cases} 1 < \frac{L}{\delta} < 2, 10^{-3} < Pr < 10^5 \\ 10^3 < \frac{Ra_\delta Pr}{0.2 + Pr} \end{cases}$
<p>Espacio contenido entre dos placas horizontales calentado desde abajo</p> 	$\overline{Nu}_\delta = 1 + 1.44 \left[ 1 - \frac{1708}{Ra_\delta} \right]^+ + \left[ \left( \frac{Ra_\delta}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right]^+$ $\overline{Nu}_\delta = 1 + 1.44 \left[ 1 - \frac{1708}{Ra_\delta} \right]^+ + \left[ \left( \frac{Ra_\delta}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right]^+ + 20 \left[ \frac{Ra_\delta^{1/3}}{140} \right]^{(1 - \ln(Ra_\delta^{1/3}/140))}$	<p>Aire, <math>1700 &lt; Ra_\delta &lt; 10^8</math></p> <p>Agua, <math>1700 &lt; Ra_\delta &lt; 3.5 \times 10^9</math></p>
<p>Interior de una cavidad esférica</p> 	$\overline{Nu}_D = C(Gr_D Pr)^n$	<p>Consulte la tabla que sigue a la ecuación (5.32)</p>
<p>Cilindros concéntricos largos</p> 	$\frac{k_{ef}}{k} = 0.386 \left[ \frac{\ln(D_o/D_i)}{b^{3/4} (1/D_i^{3/5} + 1/D_o^{3/5})^{5/4}} \right]$ $\times \left( \frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{1/4} Ra_b^{1/4}$	$0.70 \leq Pr \leq 6000$ $10 \leq \left[ \frac{\ln(D_o/D_i)}{b^{3/4} (1/D_i^{3/5} + 1/D_o^{3/5})^{5/4}} \right] Ra_b \leq 10^7$

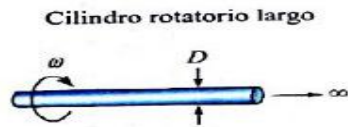
# Otras correlaciones para convección natural



$$\frac{k_{ef}}{k} = 0.74 \left[ \frac{b^{1/4}}{D_o D_i (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^{5/4}} \right] \times Ra_b^{1/4} \left( \frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{1/4}$$

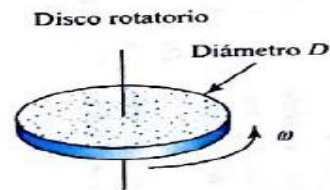
$$0.70 \leq Pr \leq 4200$$

$$10 \leq \left[ \frac{b}{(D_o D_i)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5} \right] Ra_b \leq 10^7$$



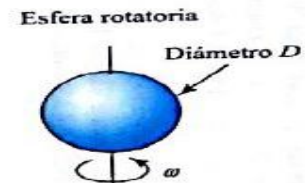
$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.11 (0.5 Re_\omega^2 + Gr_D Pr)^{0.35}$$

$$Re_\omega = \frac{\pi D^2 \omega}{\nu} > 8000$$



$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.36 (Re_\omega)^{1/2}$$

$$Re_\omega = \frac{\omega D^2}{\nu} < 10^6$$



$$\overline{Nu}_D = 0.43 Re_\omega^{0.5} Pr^{0.4}$$

$$\overline{Nu}_D = 0.066 Re_\omega^{0.67} Pr^{0.4}$$

$$Re_\omega = \frac{\omega D^2}{\nu} < 5 \times 10^4$$

$$Pr > 0.7$$

$$5 \times 10^4 < Re_\omega < 7 \times 10^5$$



# Algunas consideraciones referentes a las correlaciones.

## Definición de $h$ . ( $h_1$ , $h_a$ y $h_{ln}$ )

Existen varias maneras de definir el coeficiente  $h$  de transferencia de calor.

1. A partir de las diferencias de temperatura inicial

$$T_{01} - T_{b1}$$

2. A partir de la medida aritmética de las diferencias de temperatura en dos regiones diferentes del tubo

$$\frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{2}$$

3. A partir de la *media logarítmica* de las diferencias de temperatura en dos regiones diferentes del tubo.

$$\frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{\ln[(T_{01} - T_{b1}) / (T_{02} - T_{b2})]}$$

# $h_m$ y $h_{loc}$ en tubería y objetos sumergidos.

Si las condiciones del fluido varían mucho, entonces se define una  $h_{loc}$

$$dQ = h_{loc}(\pi D dz)(T_0 - T_b)$$

Para **objetos sumergidos** como una esfera o un cilindro:

$$Q = h_m(4\pi R^2)(T_0 - T_\infty)$$

O en términos de un coeficiente local:

$$dQ = h_{loc}(dA)(T_0 - T_\infty)$$

# Nusselt.

- El Nu se construye con base en h por lo tanto también hay  $Nu_1$ ,  $Nu_b$ ,  $Nu_{ln}$ ...
- Tener cuidado con las escalas seleccionadas, por ejemplo:  $D$ ,  $R_h$ ,  $a$  (Volumen/área en lecho fluidizado), u otra para el Re.
- Tener cuidado con los subíndices, por ejemplo  $f$  (temperatura de película)

$$T_f = (T_0 + T_\infty)/2$$

# Análisis dimensional. Convección forzada en tuberías

Un análisis dimensional muestra que

$$Nu_1 = Nu_1(Re, Pr, Br, L/D)$$

Como en general la disipación viscosa es pequeña:

$$Nu_1 = Nu_1(Re, Pr, L/D)$$

viscosidad varía con la temperatura se agrega el cociente

$$Nu_1 = Nu(Re, Pr, L/D, \mu_b/\mu_0)$$

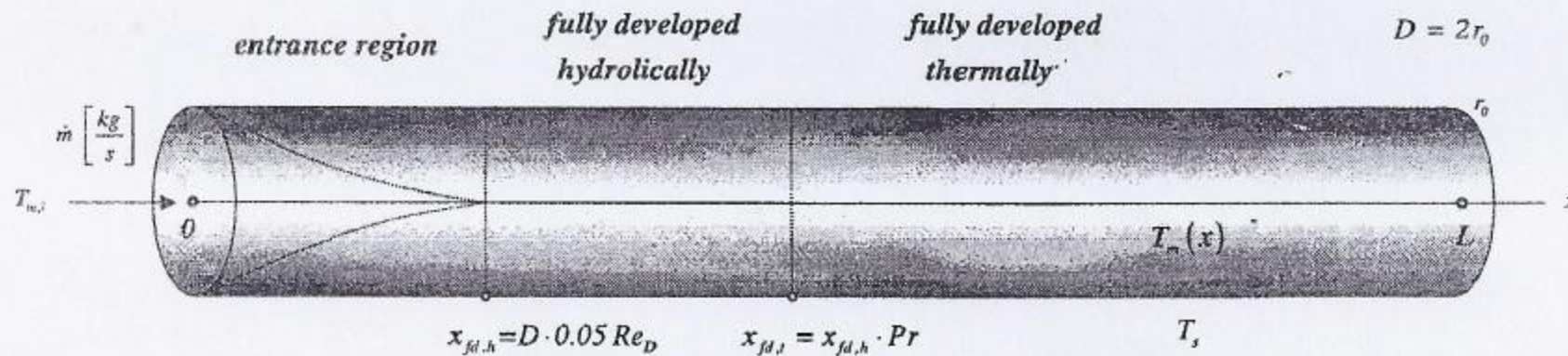
# Flujo laminar.

8.4

## INTERNAL FLOW – CORRELATIONS – LAMINAR

circular tube

LAMINAR  $Re_D < 2300$



averaged mean temperature of the fluid

$$\text{properties at } \bar{T}_m = \frac{T_{m,i} + T_{m,o}}{2}$$

$\mu, \text{ at } T_s$

criterion for fully developed conditions


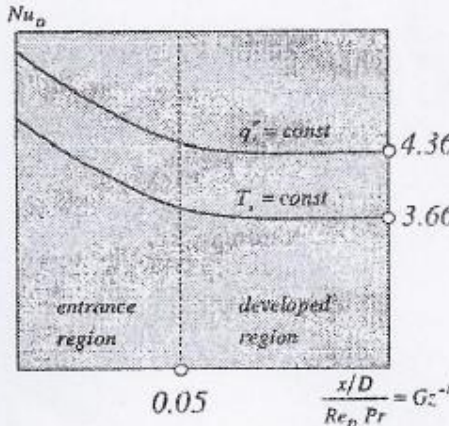

$$S = \left[ \frac{Re_D \cdot Pr}{L/D} \right]^{1/3} \cdot \left[ \frac{\mu}{\mu_s} \right]^{0.14}$$

$$Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\pi \mu D}$$

$$Nu_D = \frac{hD}{k}$$

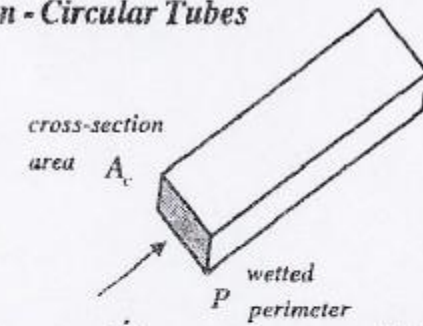
$$h = \frac{k \cdot Nu_D}{D}$$

# Criteria for use of correlations.

Developing Flow <span style="float: right; border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;"><math>S \geq 2</math></span>	Fully Developed Flow <span style="float: right; border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;"><math>S &lt; 2</math></span>
<p><b>combined entry length</b>      velocity and temperature profiles are developing simultaneously      <math>x_{\mu,h} = x_{\mu,t} \geq L</math></p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>(8.57) <math display="block">\overline{Nu}_D = 1.86 \cdot \left[ \frac{Re_D \cdot Pr}{L/D} \right]^{1/3} \cdot \left[ \frac{\mu}{\mu_s} \right]^{0.14} = 1.86 \cdot S</math></p> <p style="text-align: right;">for <math>T_s = const</math>  <math>0.48 &lt; Pr &lt; 16,700</math>  <math>0.0044 &lt; \frac{\mu}{\mu_s} &lt; 9.75</math></p> </div>	<p><math>\bar{h} = h_x = const</math>  <math>\overline{Nu}_D = Nu_D = const</math></p> <p><math>q_s'' = const</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>(8.53) <math display="block">Nu_D = 4.36</math></p> </div> <p><math>T_s = const</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>(8.55) <math display="block">Nu_D = 3.66</math></p> </div> 
<p><b>thermal entry length</b>      velocity profile is developed      <math>x_{\mu,h} &lt; L</math>                      unheated part      temperature profile is developing      <math>x_{\mu,t} \geq L</math></p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>(8.56) <math display="block">\overline{Nu}_D = 3.66 + \frac{0.0668 \cdot \frac{Re_D \cdot Pr}{L/D}}{1 + 0.04 \left[ \frac{Re_D \cdot Pr}{L/D} \right]^{2/3}}</math></p> <p style="text-align: right;">for <math>T_s = const</math>                      also good for large <math>Pr &gt; 5</math> (oils)</p> </div>	<p><math display="block">h = \frac{k \cdot Nu_D}{D}</math></p>

# Diámetro hidráulico

## Non - Circular Tubes



$$u_m = \frac{\dot{m}}{\rho A_c}$$

Hydraulic Diameter:












$$D_h = \frac{4A_c}{P}$$

$$Re_{D_h} = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\mu P}$$

$Re_{D_h} < 2300$  laminar  $\Rightarrow$  Table 8.1

$Re_{D_h} > 2300$  turbulent  $\Rightarrow$  Use (8.61) with  $Pr \geq 0.7$

TABLE 8.1 Nusselt numbers and friction factors for fully developed laminar flow in tubes of differing cross section

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$		$f Re_{D_h}$
		(Uniform $g_x^*$ )	(Uniform $T_s$ )	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	$\infty$	8.23	7.54	96
	$\infty$	5.39	4.86	96
	$\infty$	5.39	4.86	96
	—	3.11	2.49	53

Used with permission from W. M. Kays and M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1993.

# Flujo laminar.

Para flujo laminar

$$\frac{h_{1D} D}{k_b} = 1,86(\text{Re}_D \text{Pr}_b D/L)^{1/4} (\mu_b/\mu_0)^{0,14}$$

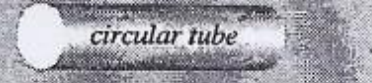
La correlación es válida si:  $(\text{Re}_D \text{Pr}_b) \left( \frac{D}{L} \right) > 10$



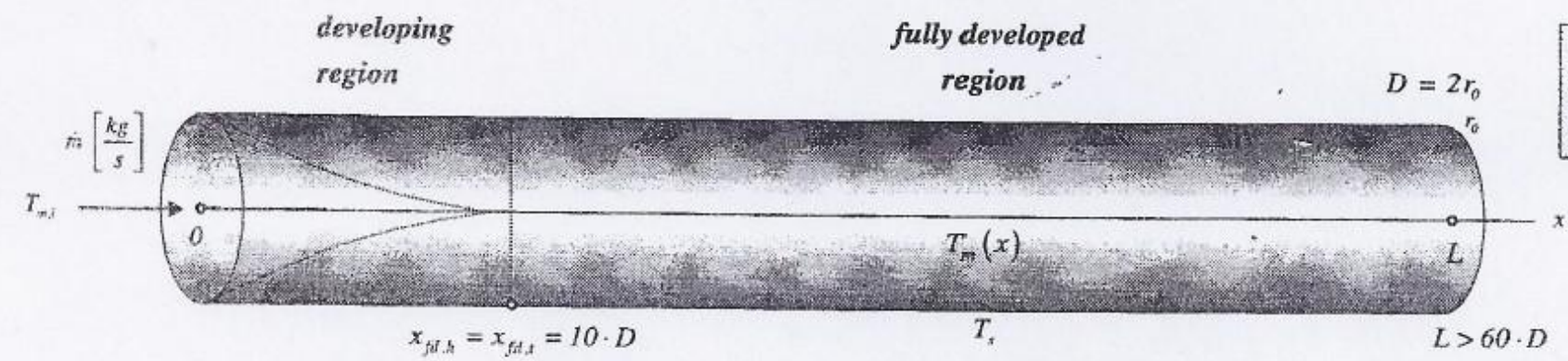
# Flujo turbulento

8.5

## INTERNAL FLOW – CORRELATIONS – TURBULENT



TURBULENT  $Re_D > 2300$



properties at  $\bar{T}_m = \frac{T_{m,i} + T_{m,e}}{2}$

$\mu_s$  at  $T_s$

We consider long pipes for which :

$$Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\pi \mu D}$$

$$Nu_D = \frac{hD}{k}$$

$$h = \frac{k \cdot Nu_D}{D}$$

$$\overline{Nu_D} = Nu_D$$

# Distintas correlaciones.

for  $T_s = \text{const}$  smooth pipe, small to moderate temperature difference

**Dittus**  
(8.60)

$$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{4/5} \cdot Pr^n$$

$n = 0.4$  if  $T_s > T_m$  (heating of fluid)  
 $n = 0.3$  if  $T_s < T_m$  (cooling of fluid)

$0.7 < Pr < 160$   
 $Re_D > 10,000$   
 $L > 60D$

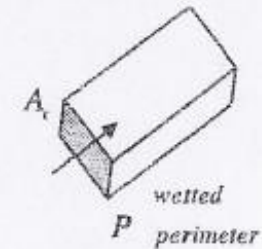
for  $T_s = \text{const}$  or  $q_s'' = \text{const}$  smooth pipe, large property variation

**Sieder**  
(8.61)

$$Nu_D = 0.027 \cdot Re_D^{4/5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14}$$

$0.7 < Pr < 16,700$   
 $Re_D > 10,000$   
 $L > 60D$

can be applied for  
non-circular tubes  
with  $D_h = \frac{4A_c}{P}$



for  $T_s = \text{const}$  or  $q_s'' = \text{const}$

**Gnielinski**  
(8.62)

$$Nu_D = \frac{(f/8) \cdot (Re_D - 1000) \cdot Pr}{1 + 12.7 \cdot (f/8)^{1/2} \cdot (Pr^{2/3} - 1)}$$

$0.5 < Pr < 2000$   
 $3000 < Re_D < 5e6$   
 $L > 60D$

for smooth pipes (8.21):

$$f = \frac{1}{(0.79 \ln Re_D - 1.64)^2}$$

for rough pipes use Moody charts

# Metales líquidos y tubos cortos.

## Liquid Metals

for  $q_s'' = \text{const}$  smooth pipe, fully developed

Skupinski

(8.64)

$$Nu_D = 4.82 + 0.0185 Pe_D^{0.287}$$

$$100 < Pe_D < 10000$$

$$Pe_D = Re_D \cdot Pr$$

$$3.6e3 < Re_D < 9.05e6$$

for  $T_s = \text{const}$

Seban

(8.65)

$$Nu_D = 5.0 + 0.025 Pe_D^{0.8}$$

$$Pe_D \geq 100$$

## Short Tubes

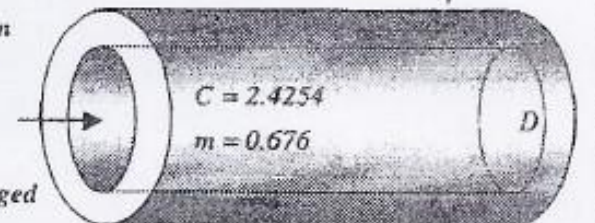
(8.63)

$$\overline{Nu}_D = Nu_D \cdot \left[ 1 + \frac{C}{(x/D)^m} \right]$$

$Nu_D$  is calculated for fully developed flow

coefficients  $C$  and  $m$  depend on the shape of inlet

Example: sharp-edged



# Correlaciones Bird.

Para flujo laminar

$$\frac{h_{ln} D}{k_b} = 1,86 (\text{Re}_D \text{Pr})^{1/2} \left(\frac{\mu_b}{\mu_0}\right)^{0,14}$$

La correlación es válida si:  $(\text{Re}_D \text{Pr}) \left(\frac{D}{L}\right) > 10$

Para flujo altamente turbulento ( $\text{Re} > 20\,000$ )

$$\frac{h_{ln} D}{k_b} = 0,026 \left(\frac{DG}{\mu_b}\right)^{0,8} \left(\frac{C_p \mu}{k}\right)^{1/4} \left(\frac{\mu_b}{\mu_0}\right)^{0,14}$$

La región de transición  $2100 < \text{Re} < 10\,000$  se conoce menos se evita hasta donde se puede.

La correlación tiene márgenes de error de

# Ejemplo.

- Agua a 60 °C entra a un tubo de 1 in de diámetro interno y 100 in de longitud, a una velocidad media de 2 cm/s. Calcula el coeficiente de transferencia de calor promedio si la temperatura de la pared del tubo se mantiene constante a 80 °C.
- Determina el efecto del Diámetro.
- La conductividad térmica, la densidad y el calor específico del material del que esta hecho el tubo, son respectivamente:
  - $K = 0.651 \text{ W/m K}$
  - $\rho = 985 \text{ Kg/ m}^3$
  - $C_p = 4180 \text{ J/Kg C}$

# Solución.

- Construimos una hoja de Excel en la que colocamos los datos:

	A	B	C	D
1	<b>Datos</b>			
2	D (in)	1.00	D(m)	0.0254
3	L (in)	100.00	L (m)	2.54
4	v (cm/s)	2.00	v (m/s)	0.02
5	k (W/m K)	0.651		
6	Cp (J/kg °C)	4180.0		
7	rho (kg/m <sup>3</sup> )	985.0		
8	visc (kg/(m s))	4.71E-04		
9	visc_w (kg/(m s))	3.55E-04		
10	T_f (°C)	60		
11	T_w (°C)	80		

En las columnas C y D los convertimos al Sistema Internacional de Unidades

# Solución.

Determinamos cuál de las dos correlaciones se va a utilizar

	A	B	C	D	E
1	<b>Datos</b>				
2	D (in)	1.00	D(m)	0.0254	
3	L (in)	100.00	L (m)	2.54	
4	v (cm/s)	2.00	v (m/s)	0.02	
5	k (W/m K)	0.651			
6	Cp (J/kg °C)	4180.0			
7	rho (kg/m^3)	985.0			
8	visc (kg/(m s))	4.71E-04			
9	visc_w (kg/(m s))	3.55E-04			
10	T_f (°C)	60			
11	T_w (°C)	80			
12	<b>Cálculos preliminares</b>				
13	L/D	100			
14	Re (basado en D)	1062	(laminar)		
15	Pr	3.02			
16	RePr(D/L)	32.13	OK		

Para eso se calcula el término:

$$(Re_D Pr) \left( \frac{D}{L} \right)$$

Por lo tanto se usa la correlación de flujo laminar

# Solución.

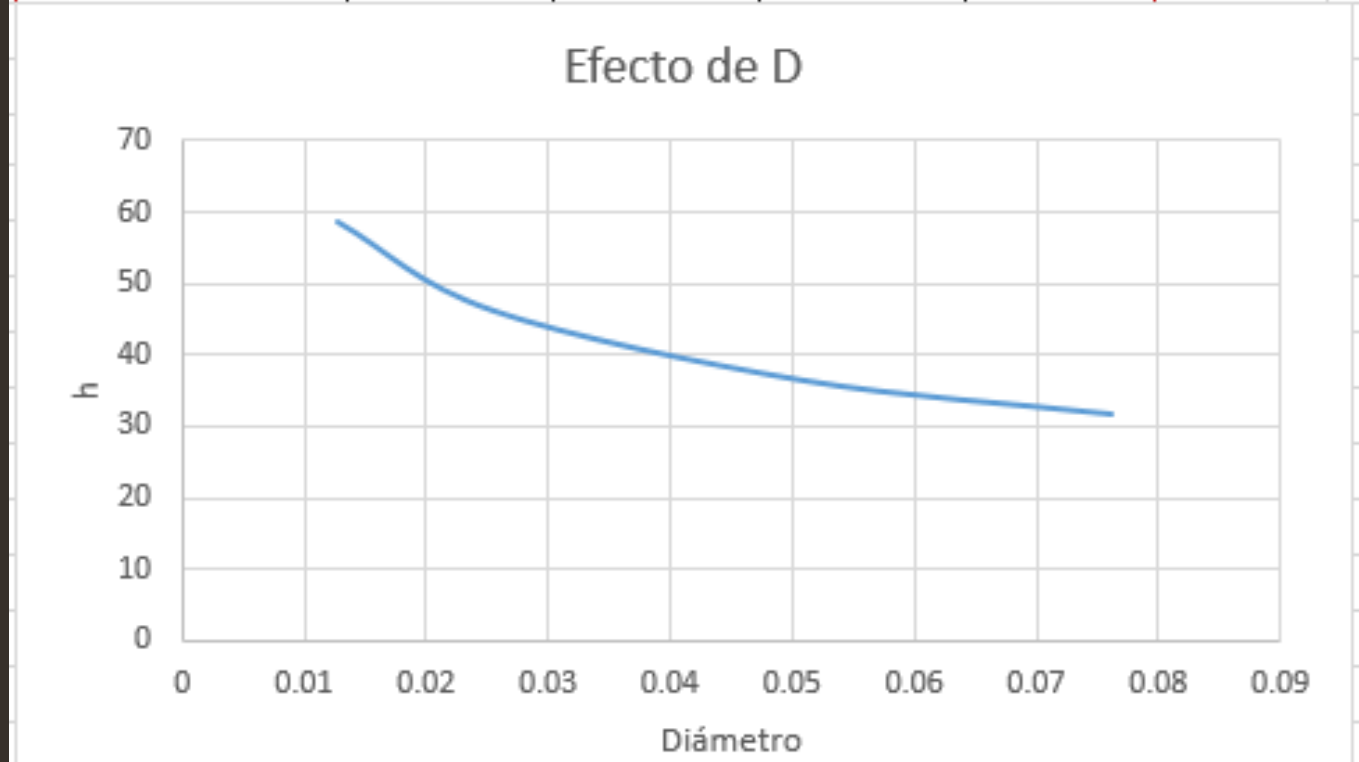
Calculamos el Nu y h

						=1.86*(B14*\$B\$15)^0.33*(D2/\$D\$3)^0.33*(\$B\$8/\$B\$9)^0.14			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Datos					<b>Resultados (coef. promedio de transf. de calor)</b>			
2	D (in)	1.00	D(m)	0.0254		Nu (basado en D)	6.1		
3	L (in)	100.00	L (m)	2.54		h prom (W/m <sup>2</sup> °C)	156		
4	v (cm/s)	2.00	v (m/s)	0.02					



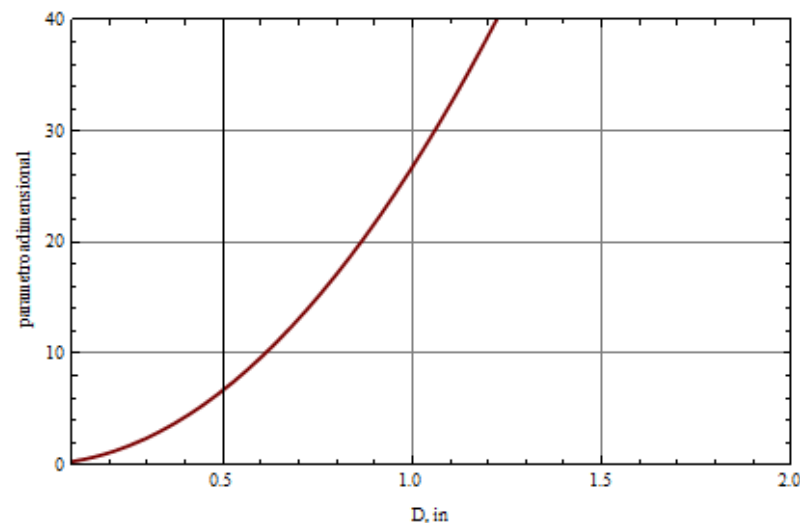
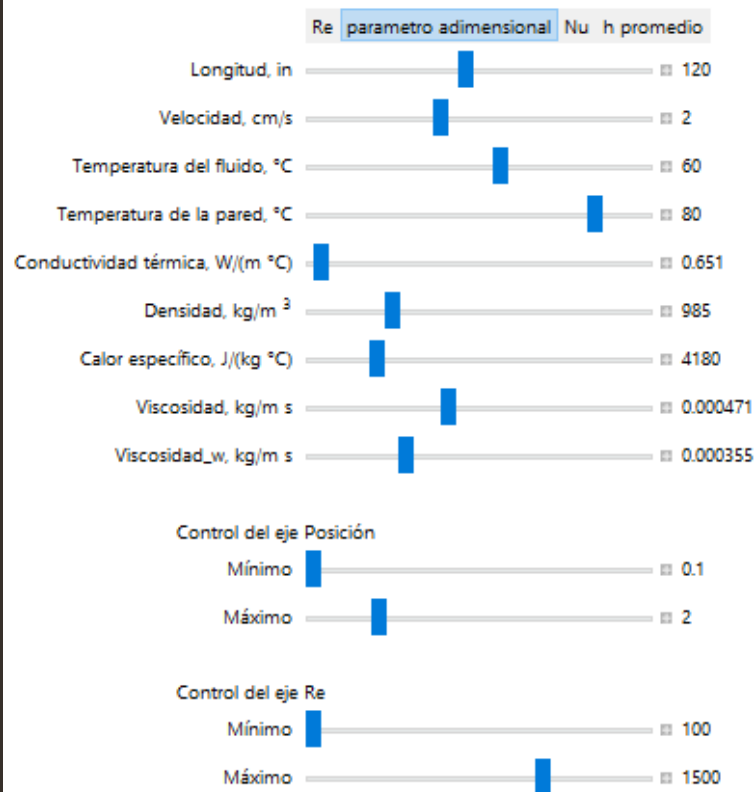
# Efecto del diámetro.

Efecto de D				
D (m)	0.0127	0.0254	0.0508	0.0762
Re	531	1062	2125	3187
RePr(D/L)	16	32	64	96
Nusselt	1.1	1.8	2.9	3.7
h prom (W/m <sup>2</sup> °C)	59	46	37	32



# Existe un simulador para ese caso.

## Transferencia de calor por convección forzada: flujo laminar al interior de un ducto circular (aproximación de intercara)



# Ejemplo. Flujo Turbulento.

- Si disminuimos el valor del diámetro disminuye el valor del producto

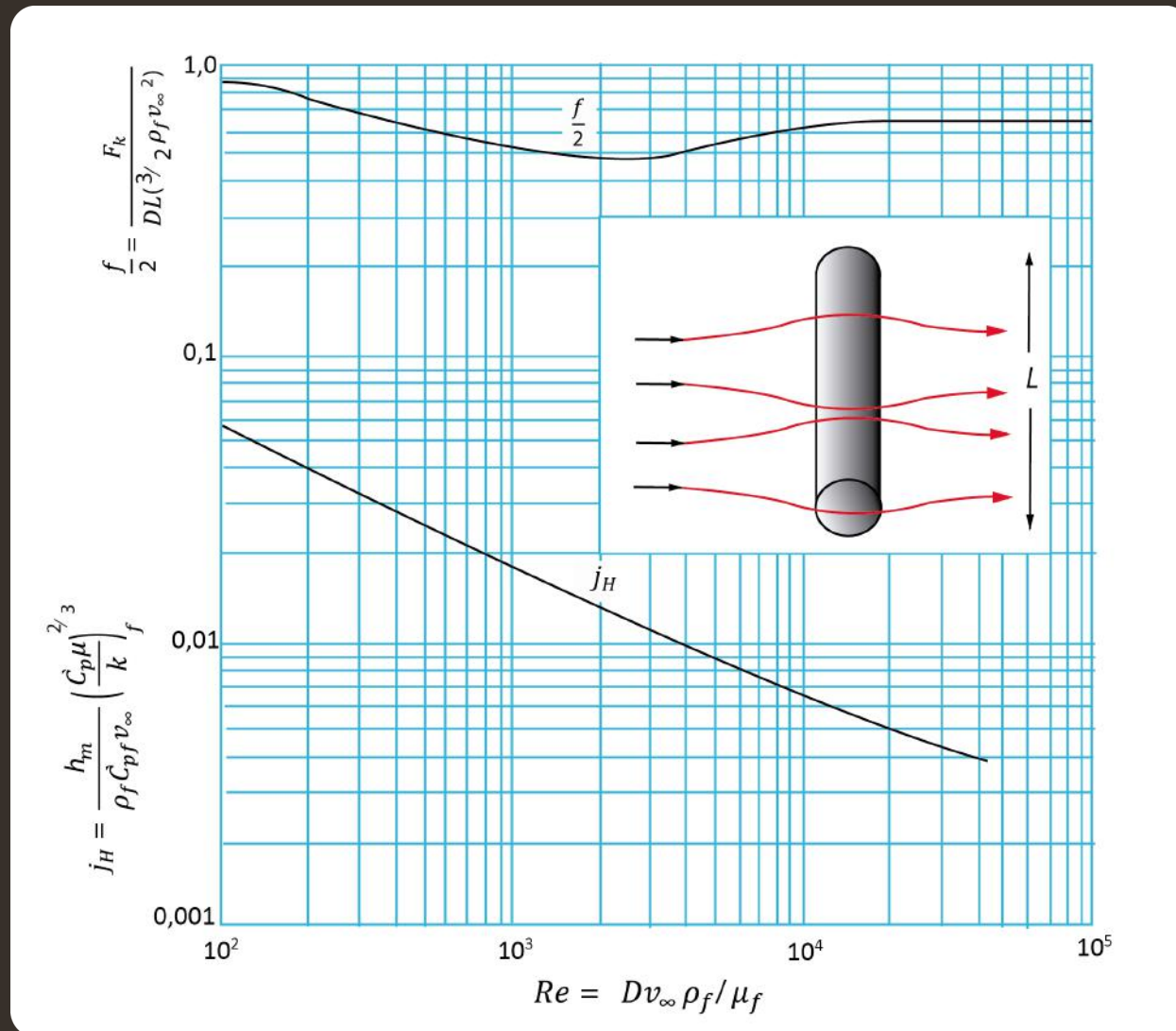
$RePr(D/L)$

Cuando el producto es menor que 10, entonces hay que usar la correlación de flujo turbulento.

$$\frac{h_{in} D}{k_b} = 0,026 \left( \frac{DG}{\mu_b} \right)^{0,8} \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/4} \left( \frac{\mu_b}{\mu_0} \right)^{0,14}$$

# Convección forzada alrededor de objetos

## Gráfica



El procedimiento para calcular la cantidad de calor transferida es:

- Calcular el Reynolds, según los datos del problema.
- Ir a la gráfica y leer el valor de  $J_H$
- Con el resto de los datos del problema calcular  $h$ .

# Cilindro sumergido (Convección forzada).

## Correlaciones

Hilpert

$$Nu_D = C Re_D^m Pr^{1/3}$$

$Re_D$	$C$	$m$
0.4-4	0.989	0.330
4-40	0.911	0.385
40-4000	0.683	0.466
4000-40,000	0.193	0.618
40,000-400,00	0.027	0.805

all properties at  $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$

$0.4 < Re_D < 4 \cdot 10^5$

$Pr \geq 0.6$

Churchill

$$Nu_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{Pr}\right)^{1/4}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

Zhukauskas

$$Nu_D = C Re_D^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

$Re_D$	$C$	$m$
1-40	0.75	0.4
40-1000	0.51	0.5
$10^3 - 2 \times 10^3$	0.26	0.6
$2 \times 10^5 - 10^6$	0.076	0.7

$n = 0.37$  for  $Pr \leq 10$

$n = 0.36$  for  $Pr > 10$

Las tablas completas están en la página del curso.

# Aplicaciones

## Correlaciones

- Anemometría de hilo caliente. (Conociendo la transferencia de calor se conoce la velocidad del fluido)
- Bancada de tubos paralelos

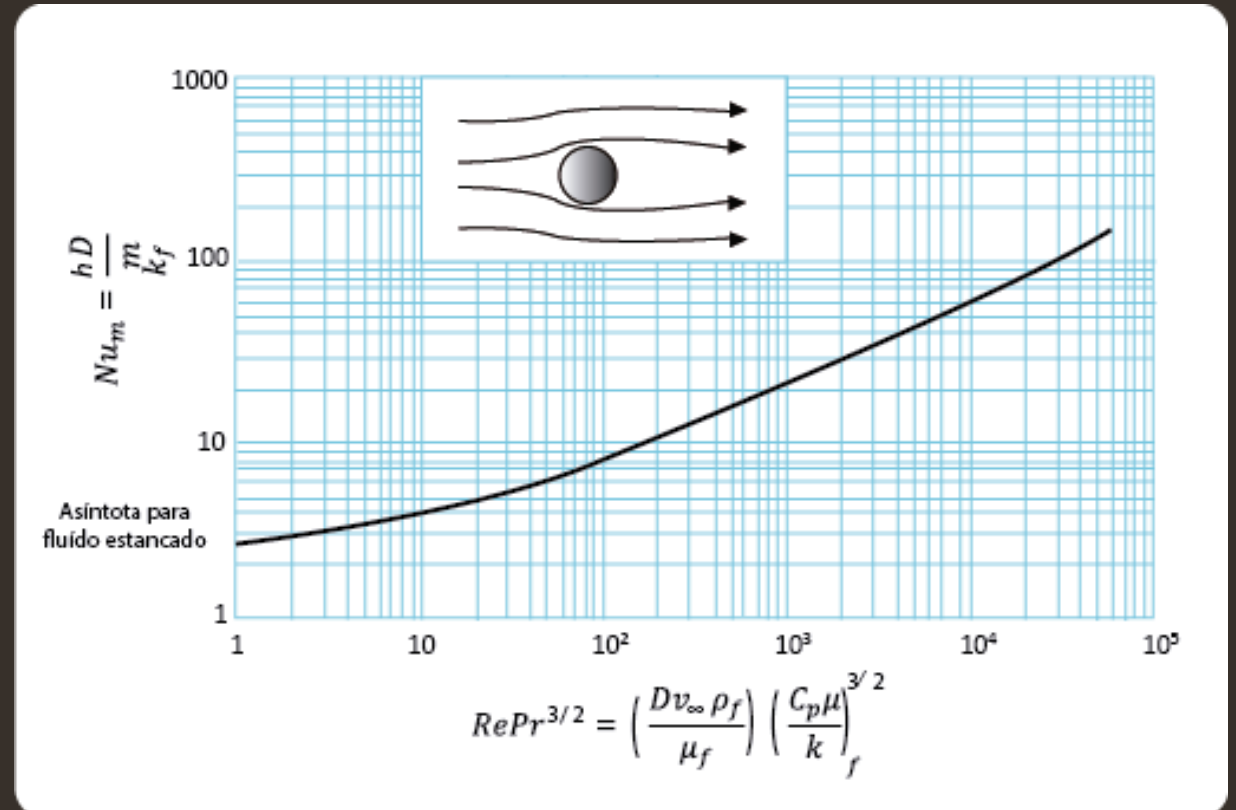
# Esfera sumergida. Convección forzada.

**Correlación:**

$$\frac{h_m D}{k_f} = 2,0 + 0,60 \left( \frac{D v_\infty \rho_f}{\mu_f} \right)^{1/3} \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)_f^{1/3}$$

En los PDFs del curso vienen otras correlaciones.

**Gráfica:**



# Aplicaciones

Pulverizadores de gotas o burbujas.



# Lecho fluidizado.

- Para el lecho fluidizado ( y otros problemas) se utilizan para  $h$  valores locales definidos en una sección transversal.
- En ese caso por ejemplo el  $Re$  puede definirse como  $Re = G_0 / a\mu_f\psi$  Con  $G_0$  la velocidad másica y  $\psi$  un parámetro empírico que depende de la forma de las partículas del lecho.

$$j_H = 0,91 Re^{-0,51} \psi \quad (Re < 50)$$

$$j_H = 0,61 Re^{-0,41} \psi \quad (Re > 50)$$

Donde:

$$j_H = \frac{h_{loc}}{C_{pb} G_0} \left( \frac{C_{p\mu}}{k} \right)^{3/4}$$

Y

$$Re = \frac{G_0}{a\mu_f\psi}$$

# Factores de forma.

## FACTORES DE FORMA DE PARTÍCULAS PARA LAS CORRELACIONES DE LECHOS DE RELLENO\*

Forma de la partícula	$\psi$
Esferas	1,00
<b>Cilindros</b>	<b>0,91</b>
<b>Laminillas</b>	<b>0,86</b>
<i>Anillos de Raschig</i>	<b>0,79</b>
Anillos tabicados	<b>0,67</b>
Monturas de Berl	<b>0,80</b>

\* B. GAMSON, Chem. *Eng. Progr.*, 47, 19-28 (1951)

# Cuestionario.

- ¿Qué criterios determinan qué correlación debe utilizarse para calcular el coeficiente de transferencia de calor por convección?
- ¿Cómo se determinan los números adimensionales que correlacionan la transferencia de calor por convección?
- ¿Qué números adimensionales correlacionan la transferencia de calor por convección natural? Escribe su expresión algebraica. Da una interpretación en palabras, de lo que miden.
- ¿Qué números adimensionales correlacionan la transferencia de calor por convección forzada? Escribe su expresión algebraica. Da una interpretación en palabras, de lo que miden.
- ¿Qué números adimensionales correlacionan la transferencia de calor por convección combinada? Escribe su expresión algebraica. Da una interpretación en palabras, de lo que miden.
- ¿Cómo se define el número de Rayleigh?

# Cuestionario.

- ¿Cuál es la fórmula para calcular el número de Nussel en el caso de un cilindro en un fluido con convección natural?
- ¿Cuál es la fórmula para calcular el número de Nussel en el caso de un cilindro en un fluido con convección forzada?
- ¿Cuál es la fórmula para calcular el número de Nussel en el caso de una placa en un fluido con convección natural?
- ¿Cuál es la fórmula para calcular el número de Nussel en el caso de una esfera en un fluido con convección natural?
- ¿Cuál es la diferencia entre  $h_m$ ,  $h_{loc}$ ,  $h_a$  y  $h_{ln}$ ?
- ¿Qué es la temperatura de película y cuáles son las propiedades físicas de película?