Convección

¿Qué es y cómo se calcula la energía que transmite?

Menú

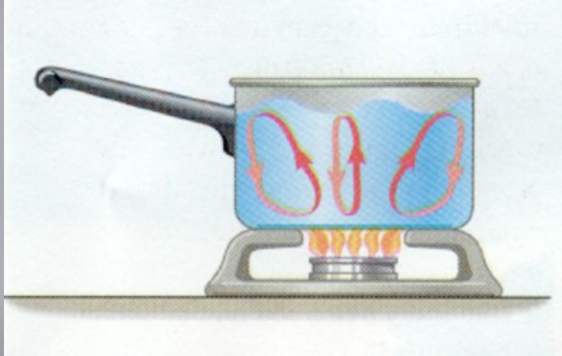
- Objetivos
- ¿Qué es la convección?
  - Natural y forzada
- Capa límite
  - Hidrodinámica y Térmica
- Semejanza
- Teorema Π
- Números adimensionales
- Re, Nu, Pr, Gr,...
  - Correlaciones

Objetivos.

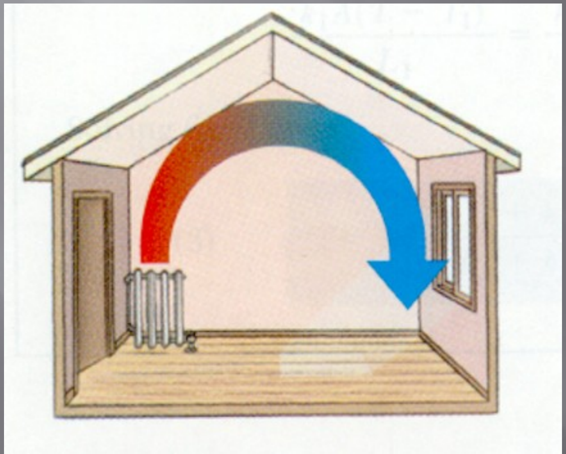
- Comprender qué es la convección.
- Conocer los principales conceptos relacionados con la capa límite térmica e hidrodinámica.
- Entender la idea de semejanza
- Saber utilizar el teorema Π
- Conocer qué representan los distintos números adimensionales.
- Entender que es una correlación adimensional.

¿Qué es la convección?

- Es el transporte asociado al movimiento de un fluido



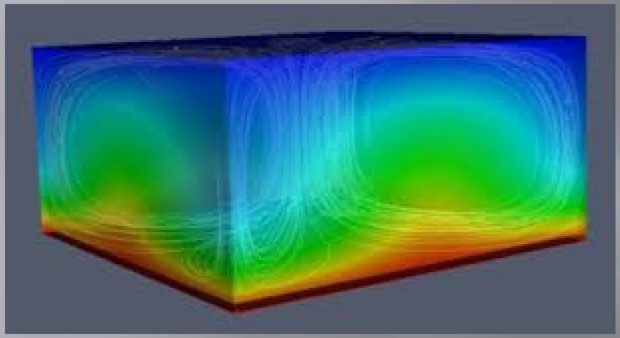
Liquido en un recipiente



Aire dentro de una casa

http://www.physics.arizona.edu/~thews/reu/the_science_behind_it_all.html

¿Qué es la convección?



Convección natural
(Diferencias de densidad)

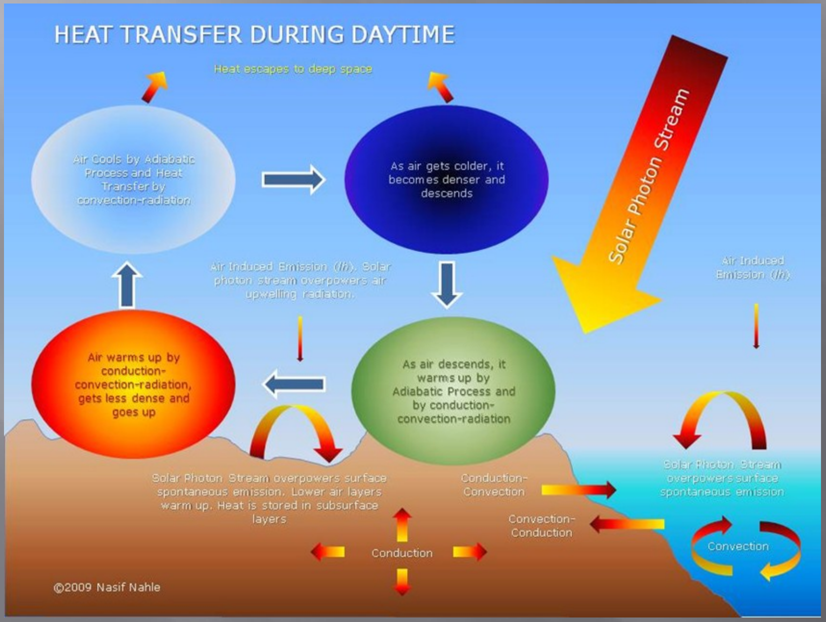
Convección forzada
(Diferencias de presión)

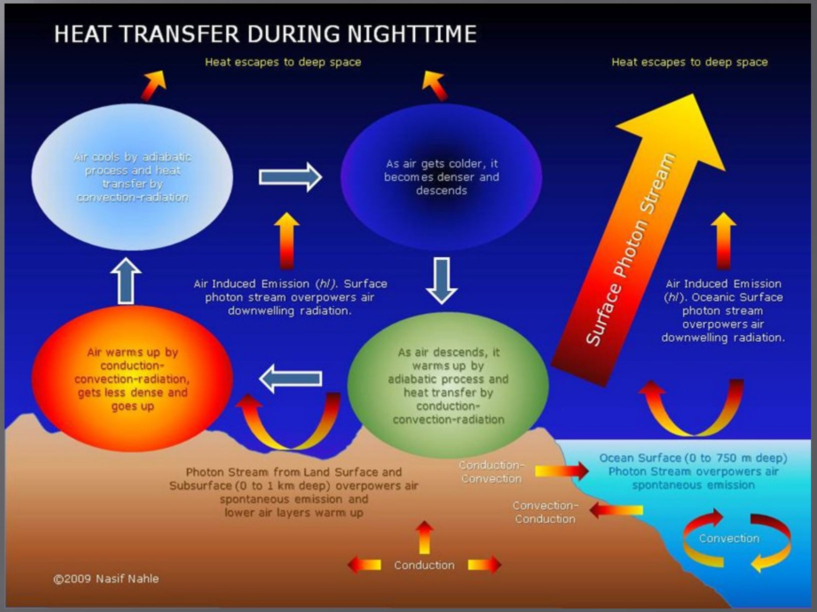
$$\rho \left[\frac{\partial U}{\partial t} + v_x \frac{\partial U}{\partial x} + v_y \frac{\partial U}{\partial y} + v_z \frac{\partial U}{\partial z} \right] = -\nabla P - [\nabla \cdot \tau] + \rho g$$

¿Qué es la convección?

- Ejemplos

La Atmósfera

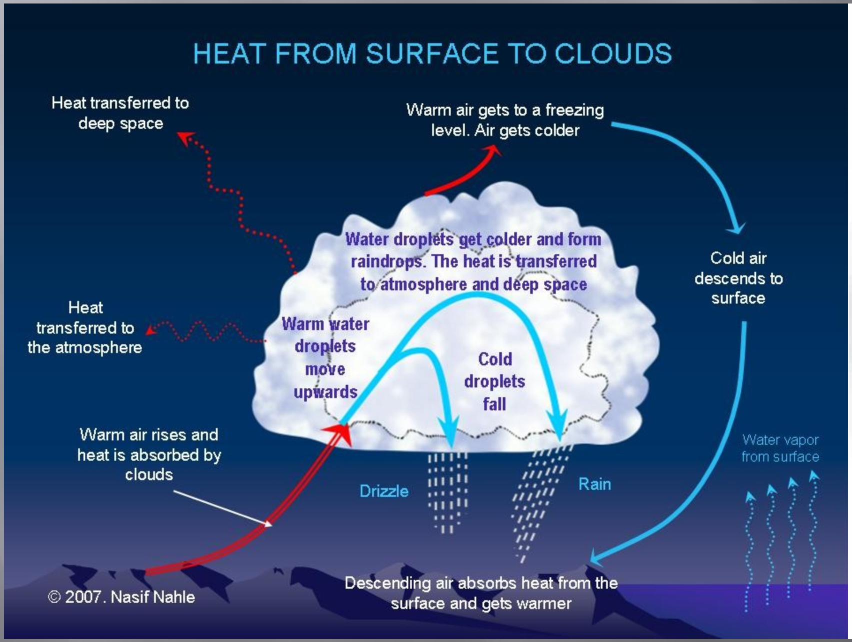


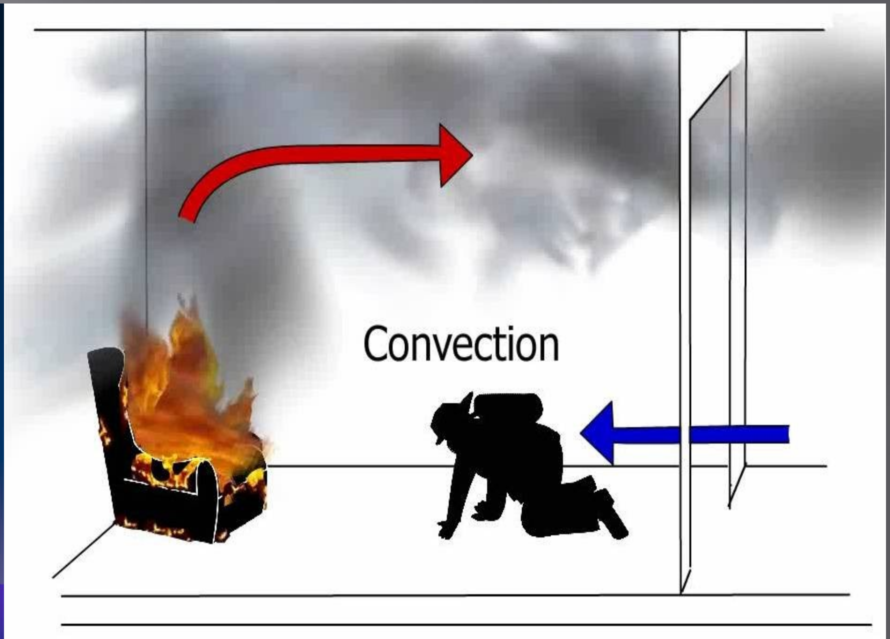


http://www.biocab.org/Heat_in_Clouds_and_Rain.jpg

¿Qué es la convección?

Otros dos ejemplos





http://www.biocab.org/Heat_in_Clouds_and_Rain.jpg

http://greenmaltese.com/files/2012/01/NIST-firefighter_convection_1.jpg

¿Qué es la convección?

- El transporte del fluido, tiene asociado una transferencia de energía.
- En clase la identificamos como asociada al coeficiente

$$h$$

dentro de la ley de enfriamiento de Newton

$$Q = hA\,\Delta T$$

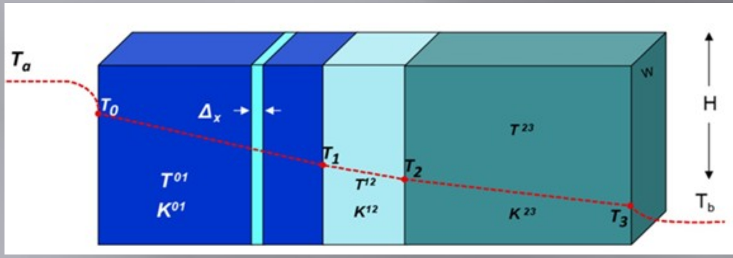
Como en general se «conoce el área y la diferencia de temperaturas», resolver un problema donde hay transferencia por convección quiere decir conocer h

¿Qué es la convección?

- h no es, como k, una constante propia de un material.
- h representa el fenómeno completo.

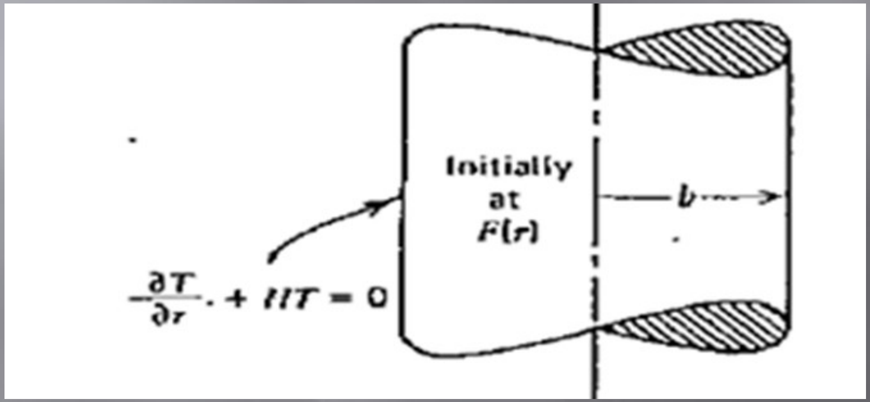
Ejemplos

Para la conducción independiente del tiempo.



$$q_0 = \frac{T_a - T_b}{\frac{1}{h_0} \sum_{i=1}^{3} \frac{x_i - x_{i-1}}{k^{i-1,i}} + \frac{1}{h_s}}$$

Para un cilindro que pierde calor por convección en su superficie.



En los dos casos h era un dato del problema.

¿De dónde saca h el que resuelve los problemas?

¿De dónde sale h?

- Dos mecanismos posibles:
  - Resolviendo, con algún tipo de simplificaciones, las ecuaciones de movimiento y de transferencia de energía. (Concepto de capa límite)
  - De manera experimental

Solución de las ecuaciones.

Para conocer la cantidad de calor transportada habría que resolver simultáneamente las ecuaciones de cantidad de movimiento:

$$\rho\left(\frac{\partial U}{\partial t}+v_x\frac{\partial U}{\partial x}+v_y\frac{\partial U}{\partial y}+v_z\frac{\partial U}{\partial z}\right)=-\nabla \mathrm{P}-[\nabla\cdot\tau]+\rho g$$

Y de energía:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\left(\hat{\mathrm{U}}+\frac{1}{2}v^2\right)=-(\nabla\cdot\rho v\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^2\right))-(v\cdot q)+\rho(v\cdot g)-(\nabla\cdot pv)-(\nabla\cdot[\tau\cdot V])$$

Cálculo de h

- Para el cálculo del coeficiente de convección h necesitamos caracterizar cinemática y térmicamente el flujo.

Seis incógnitas:

- Campo de velocidades del flujo: u, v, w
- Presión, Temperatura, Densidad

Sistema de seis ecuaciones:

- Cantidad de movimiento (3) (en derivadas parciales)
- Conservación de la masa (1) (ó de continuidad)
- Energía (1)
- Estado del fluido (1)

Condiciones de contorno:

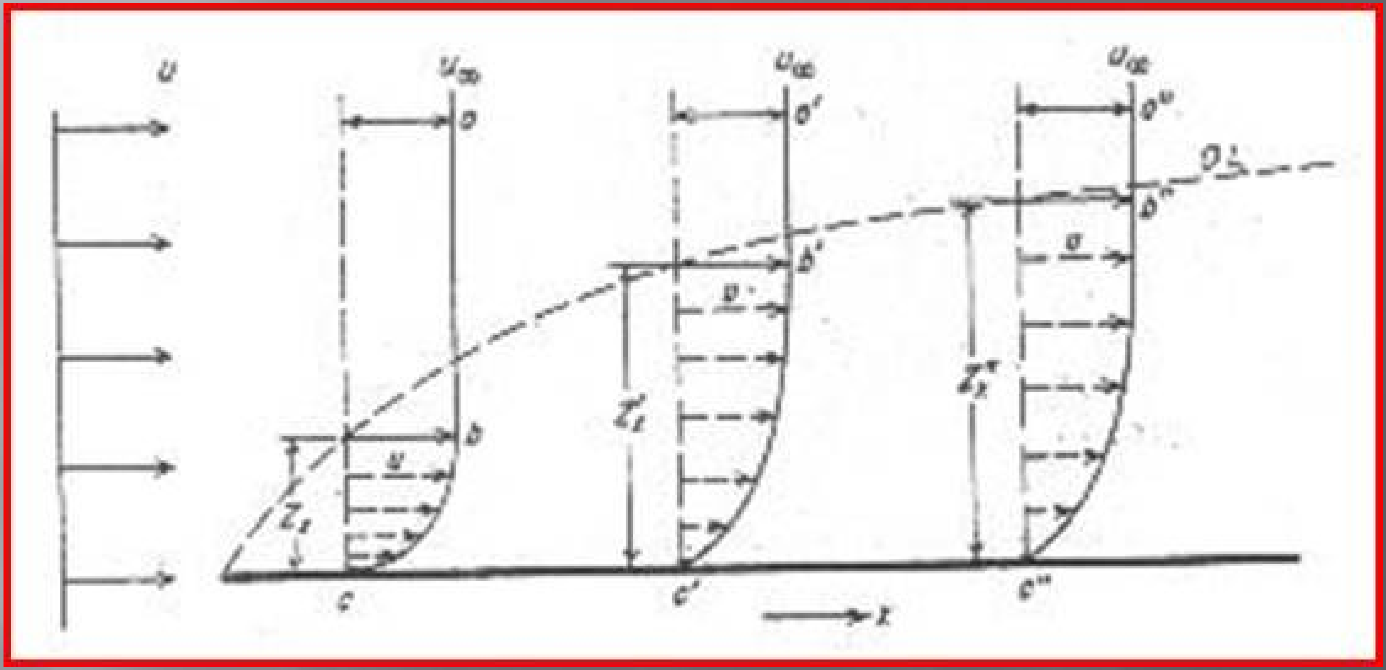
- Velocidad nula en la pared.
- Gradiente de velocidad nulo en el flujo sin perturbar.
- Temperatura en la superficie.
- Gradiente de temperatura nulo en el flujo sin perturbar.

Capa límite.

- Región cercana a un objeto donde están presentes los gradientes de velocidad o temperatura.

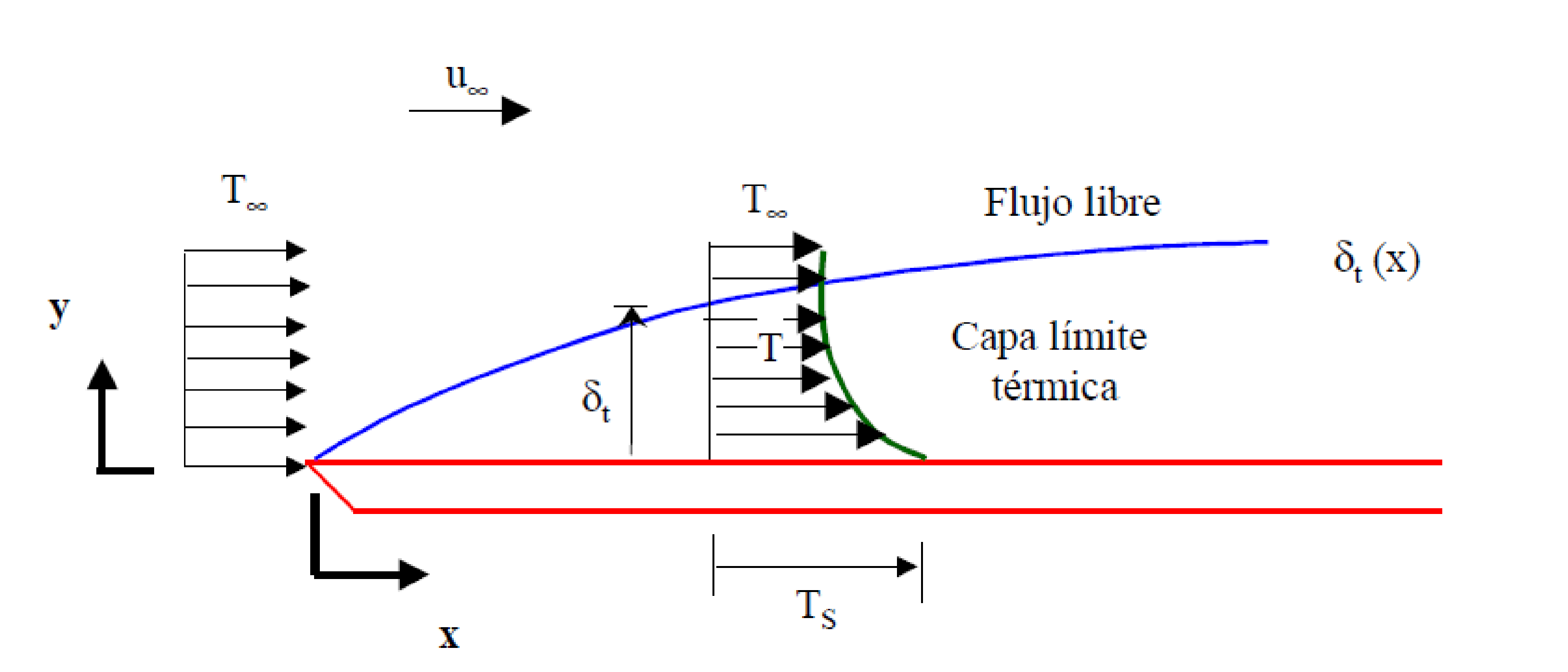
- Hidrodinámica: Gradientes de velocidad.
- Térmica: Gradientes de temperatura.

Capa límite hidrodinámica.



$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \upsilon \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Capa límite Térmica



$$u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial^2 y} + \frac{\upsilon}{Cp} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

Si se desprecian los términos $\dfrac{\partial P}{\partial x}$ y $\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

$$\boxed{\begin{aligned} u\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial u}{\partial y}&=\upsilon\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}\\ u\cdot\frac{\partial T}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial T}{\partial y}&=\alpha\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial^2 y}\end{aligned}}$$

$$u\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial x}+\upsilon\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u\cdot\frac{\partial T}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial^2 y}+\frac{\upsilon}{Cp}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

Número de Prandtl

$$\frac{\upsilon}{\alpha}=\mathrm{Pr}$$

Experimentalmente.

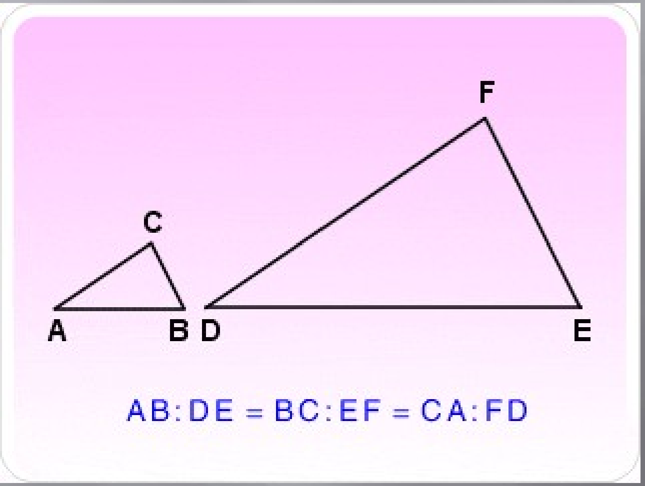
- Equivalentemente, h puede obtenerse mediante la experimentación en modelos a escala y el uso de números adimensionales que preserven la relación de fuerzas, es decir modelos semejantes. (Correlaciones adimensionales)

Caso del Centro Marshall

- Ingenieros del Centro de Vuelos Espaciales Marshall de la NASA han usado modelos a escala del 2 % para realizar pruebas de calentamiento de la base del sistema de propulsión del Sistema de Lanzamiento Espacial. (SLS) .
- El SLS será el cohete más poderoso jamás construido para llevar a cabo misiones de exploración del espacio profundo. Incluyendo viajes a un asteroide colocado en la órbita de la luna y finalmente a Marte.
- El sistema de propulsión del SLS tiene dos cohetes de combustible sólido de cinco segmentos y cuatro motores RS-25 que queman hidrógeno y oxígeno líquidos.
- Sesenta y cinco pruebas realizadas con el modelo a escala han dado datos acerca del calentamiento que la base del cohete experimentará durante el ascenso.
- Los ingenieros analizarán los datos para diseñar la protección térmica de la base del cohete.
- Los modelos fueron diseñados, construidos y probados por los ingenieros del Centro Marshall en colaboración con la compañía CUBRC de Buffalo, NY.
- https://www.youtube.com/watch?v=D039VFEW474&index=1&list=PLBEXDPatoWBmX3yrpEObbUoNF5rbbNcgX

Semejanza

- ¿Qué es la semejanza?



Dos triángulos semejantes tienen sus «lados adimensionales» iguales

¿Qué número adimensional hace semejantes a un grupo de fenómenos?

La respuesta es el Teorema Π

Teorema de Pi (π) De Buckingham

- Sea:
- *m*: Variables homogéneas; por ejemplo: diámetro (*D*), velocidad (*v)*, Temperatura (T), longitud (*L*), presión (*P*), ...
- *n*: Dimensiones de referencia longitud [*L*], tiempo [*t*], masa [*M*], temperatura [*T*]..
- Entonces se obtendrán:
- (*m-n*): Números adimensionales π

PROCEDIMIENTO

- 1) Enumerar las variables que describen el problema
- 2) Seleccionar las dimensiones de referencia que corresponden a las variables
- 3) Descomponer las variables en sus dimensiones, de manera tabulada.

PROCEDIMIENTO

4) Elegir las variables de referencia según:

- a) Debe ser igual a “*n*” variables de referencia
- b) Entre todas deben contener todas las dimensiones
- c) Deben ser sencillos e independientes entre sí

5) Establecer las *m-n* ecuaciones adimensionales y obtener los números pi (π).

Ejemplo: Flujo en tuberías

- **1)** Variables: *ΔP, D, L, V, ρ, μ, Ɛ*. Por tanto, m=7 *Ɛ*: Rugosidad de la tubería
- **2)** Dimensiones de referencia: [L], [M], [t], por lo tanto, n=3
- Se obtendrán π = 7-3 = 4 números adimensionales

Variable	Unidades	L(m)	t(s)	M(Kg)
D	m	1	0	0
L	m	1	0	0
ε	m	1	0	0
v	$m \cdot s^{-1}$	1	-1	0
ρ	$Kg \cdot m^{-3}$	-3	0	1
μ	$Kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$	-1	-1	1
ΔP	$Kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$	-1	-2	1

Referencias = D, v, ρ
(n=3, variables sencillas e independientes entre si que contienen entre las tres a todas las variables)

Números adimensionales.

Debe haber 7-3 = 4 números adimensionales:

$$\pi_1 = D^{a1} . v^{b1} . \rho^{c1} . L$$

$$\pi_2 = D^{a2} . v^{b2} . \rho^{c2} . \varepsilon$$

$$\pi_3 = D^{a3} . v^{b3} . \rho^{c3} . \mu$$

$$\pi_4 = D^{a4} . v^{b4} . \rho^{c4} . \Delta P$$

Para π_1

[L] = a1 + b1 - 3c1 + 1 = 0

[t] = 0 – b1 + 0 + 0 = 0

[M]= 0 + 0 + c1 + 0 = 0

Solución:

b1= 0

c1= 0

a1= – 1

Por tanto:

π1 = D-1. v0. ρ0. L = $\dfrac{L}{D}$

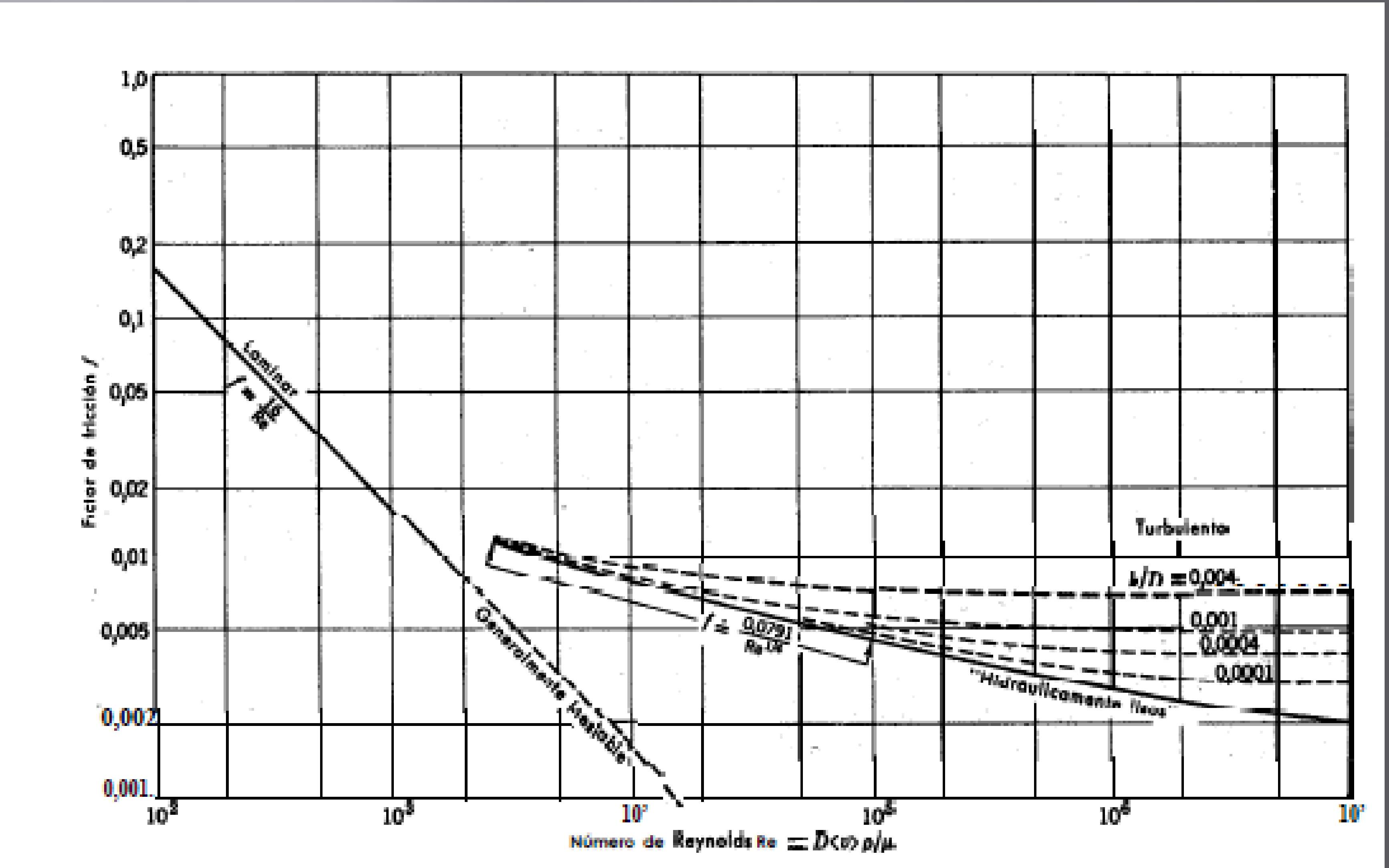
Análogamente

$$\pi_2 = \frac{\varepsilon}{D}$$

$$\pi_3 = \frac{\mu}{D \cdot v \cdot \rho}$$

$$\pi_4 = \frac{\Delta P}{v^2 \cdot \rho}$$

Con base en los Números adimensionales se construyen correlaciones.



Variables adimensionales

$$v^* = \frac{v}{V} = \text{velocidad adimensional}$$

$$P^* = \frac{p - p_0}{\rho V^2} = \text{presión adimensional}$$

$$t^* = \frac{tV}{D} = \text{tiempo adimensional}$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \text{temperatura adimensional}$$

$$x^*, y^*, z^* = \frac{x}{D}, \frac{y}{D}, \frac{z}{D} = \text{coordenadas adimensionales}$$

Ecuaciones adimensionales.

(continuidad) $$(\nabla^* \cdot v^*) = 0$$

(movimiento) $$\frac{Dv^*}{Dt^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \nabla^{*2} v^* - \nabla^* p^* + \frac{1}{\mathrm{Fr}} \frac{g}{g}$$

(energía) $$\frac{DT^*}{Dt^*} = \frac{1}{\mathrm{Re\,Pr}} \nabla^{*2} T^* + \frac{\mathrm{Br}}{\mathrm{Re\,Pr}} \Phi_v^*$$

Φ_v^* la función de disipación expresada en función de v^*, x^*, y^* y z^*.

Grupos adimensionales.

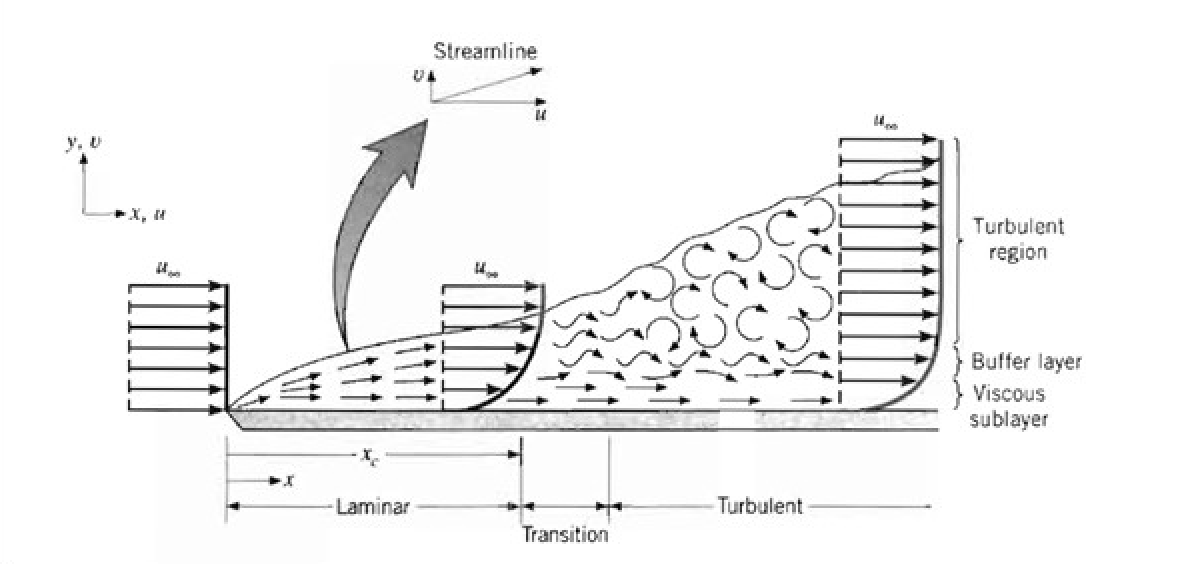
- En estas tres ecuaciones intervienen cuatro grupos adimensionales:
- Re = [DVρ/μ],
- Fr = [V/gD],
- Pr = $[\hat{C}_p \mu / k]$,
- Brinkman = $[\mu V^2 / k(T_1 - T_0)]$

El Reynolds

Marca la transición laminar-turbulento

La turbulencia aumenta los valores de los coeficientes de transporte.

Importante conocer la longitud de transición



El punto de transición se
onoce como longitud crítica

Puede calcularse a partir
e la fórmula del Reynolds

Criterio: Re < 5 X 10^{5}

Números adimensionales

TABLA 4.3 Grupos adimensionales de importancia en la transferencia de calor y flujo de fluidos

Grupo	Definición	Interpretación
Número de Biot (Bi)	$\frac{\bar{h}L}{k_s}$	Relación de la resistencia térmica interna de un cuerpo sólido a su resistencia térmica superficial
Coeficiente de arrastre (C_f)	$\frac{\tau_s}{\rho U_\infty^2/2}$	Relación del esfuerzo cortante superficial a la energía cinética de corriente libre
Número de Eckert (Ec)	$\frac{U_\infty^2}{c_p(T_s - T_\infty)}$	Energía cinética del flujo relativa a la diferencia de entalpía de la capa límite
Número de Fourier (Fo)	$\frac{\alpha t}{L^2}$	Tiempo adimensional; relación de la tasa de conducción de calor a la tasa de almacenamiento de energía interna en un sólido
Factor de fricción (f)	$\frac{\Delta p}{(L/D)(\rho U_m^2/2)}$	Caída de presión adimensional para flujo interno a través de conductos
Número de Grashof (Gr_L)	$\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$	Relación entre fuerzas de flotación y viscosas
Factor j de Colburn j (j_H)	$\mathrm{StPr}^{2/3}$	Coeficiente de transferencia de calor adimensional
Número de Nusselt (Nu_L)	$\frac{\bar{h}_c L}{k_f}$	Coeficiente de transferencia de calor adimensional; relación de transferencia de calor por convección a conducción en una capa de fluido de espesor L
Número de Peclet (Pe_L)	$\mathrm{Re}_L\mathrm{Pr}$	Producto de los números de Reynolds y Prandtl
Número de Prandtl (Pr)	$\frac{c_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$	Relación de la difusividad de la cantidad de movimiento molecular a la difusividad térmica
Número de Rayleigh (Ra)	$\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr}$	Producto de los números de Grashof y Prandtl
Número de Reynolds (Re_L)	$\frac{U_\infty L}{\nu}$	Relación de fuerzas de inercia y viscosas
Número de Stanton (St)	$\frac{\bar{h}_c}{\rho U_\infty c_p} = \frac{\mathrm{Nu}_L}{\mathrm{Re}_L\mathrm{Pr}}$	Coeficiente de transferencia de calor adimensional

Interpretación.

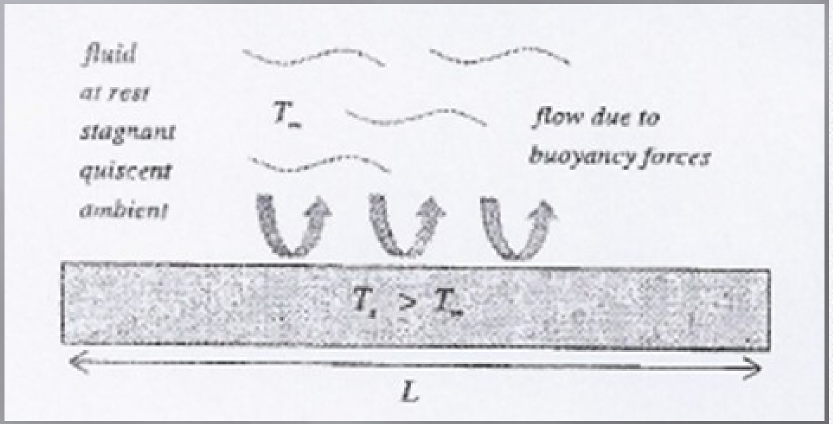
$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V^2/D}{\mu V/D^2} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas viscosas}}$$

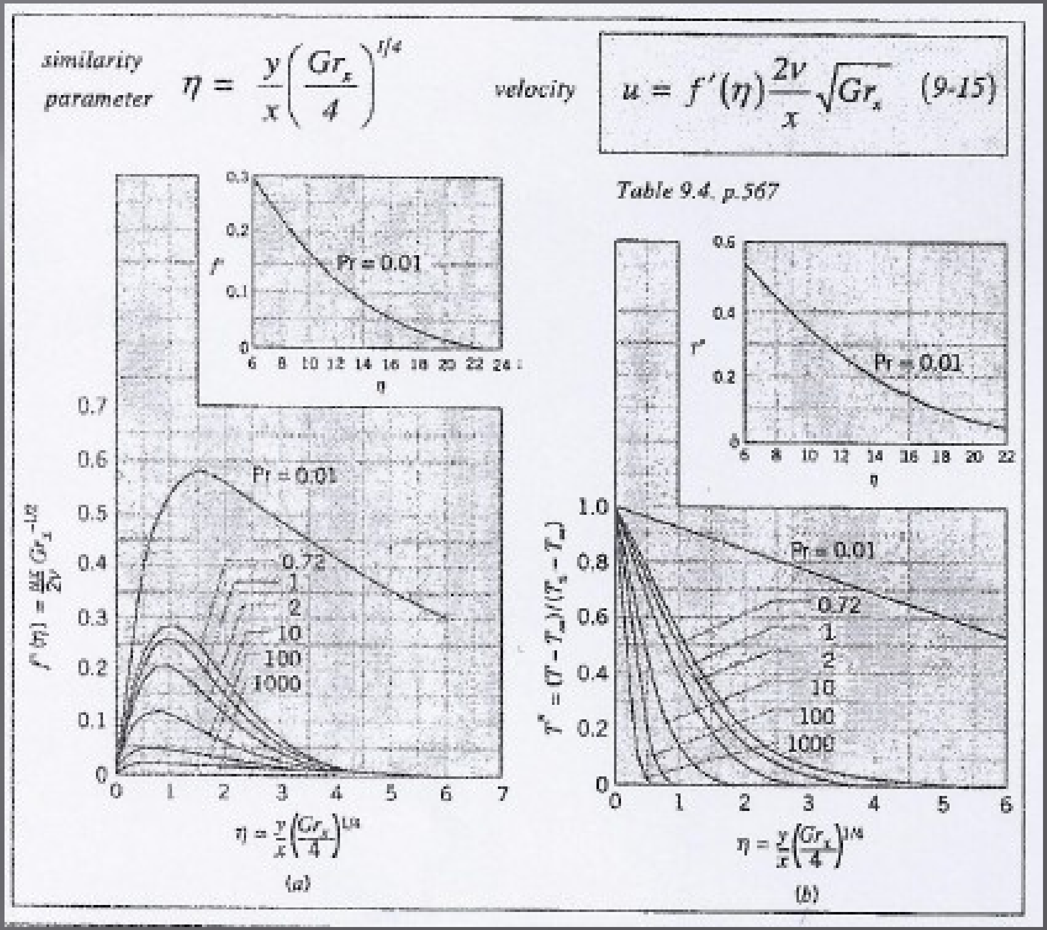
$$\mathrm{Fr} = \frac{\rho V^2/D}{PB} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas de gravedad}}$$

$$\mathrm{Pr}\ \mathrm{Re} = \frac{\rho \hat{C}_p V(T_0 - T_1)/D}{k(T_0 - T_1)/D^2} = \frac{\text{transporte de calor por convección}}{\text{transporte de calor por conducción}}$$

$$\mathrm{Br} = \frac{\mu(V/D)^2}{k(T_0 - T_1)/D^2} = \frac{\text{producción de calor por disipación viscosa}}{\text{transporte de calor por conducción}}$$

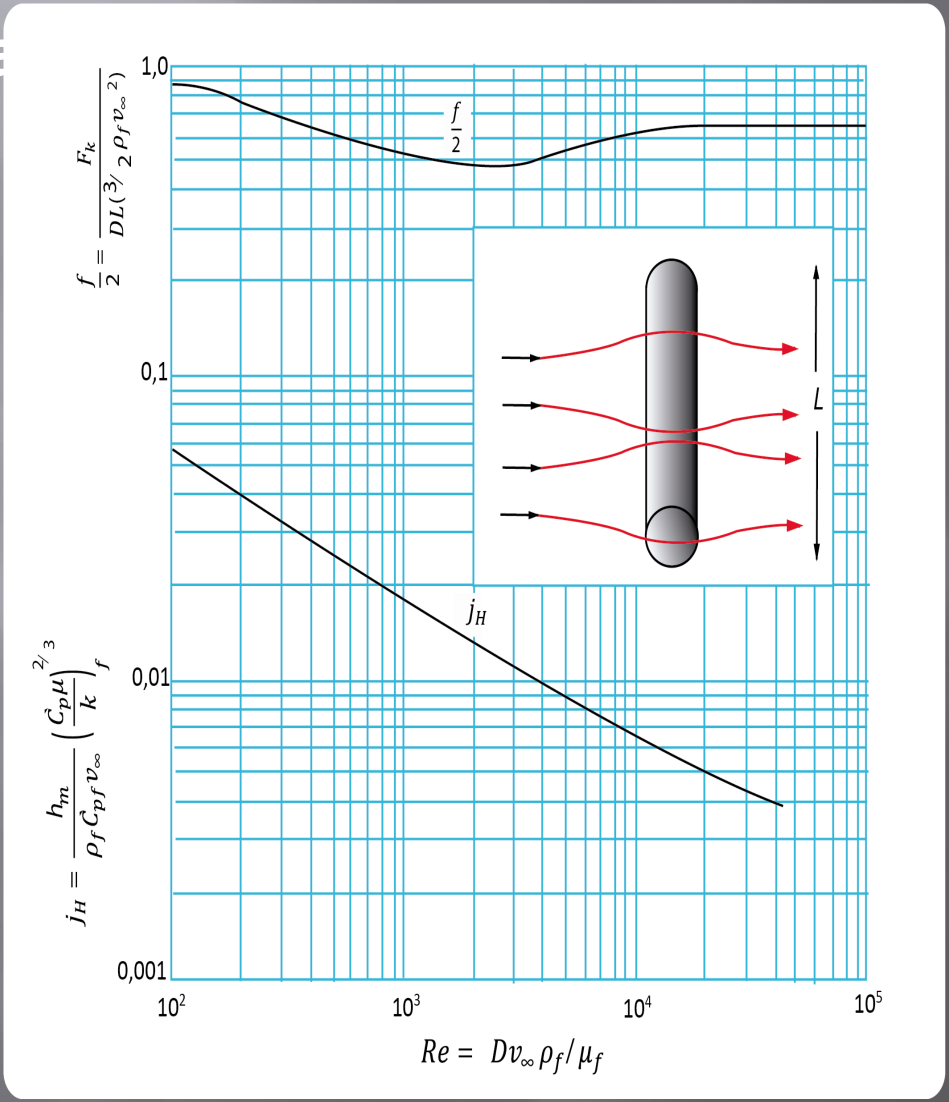
Ejemplo. Placa horizontal.





EJEMPLO: CILINDRO SUMERGIDO (CONVECCIÓN FORZADA).

Gráfica

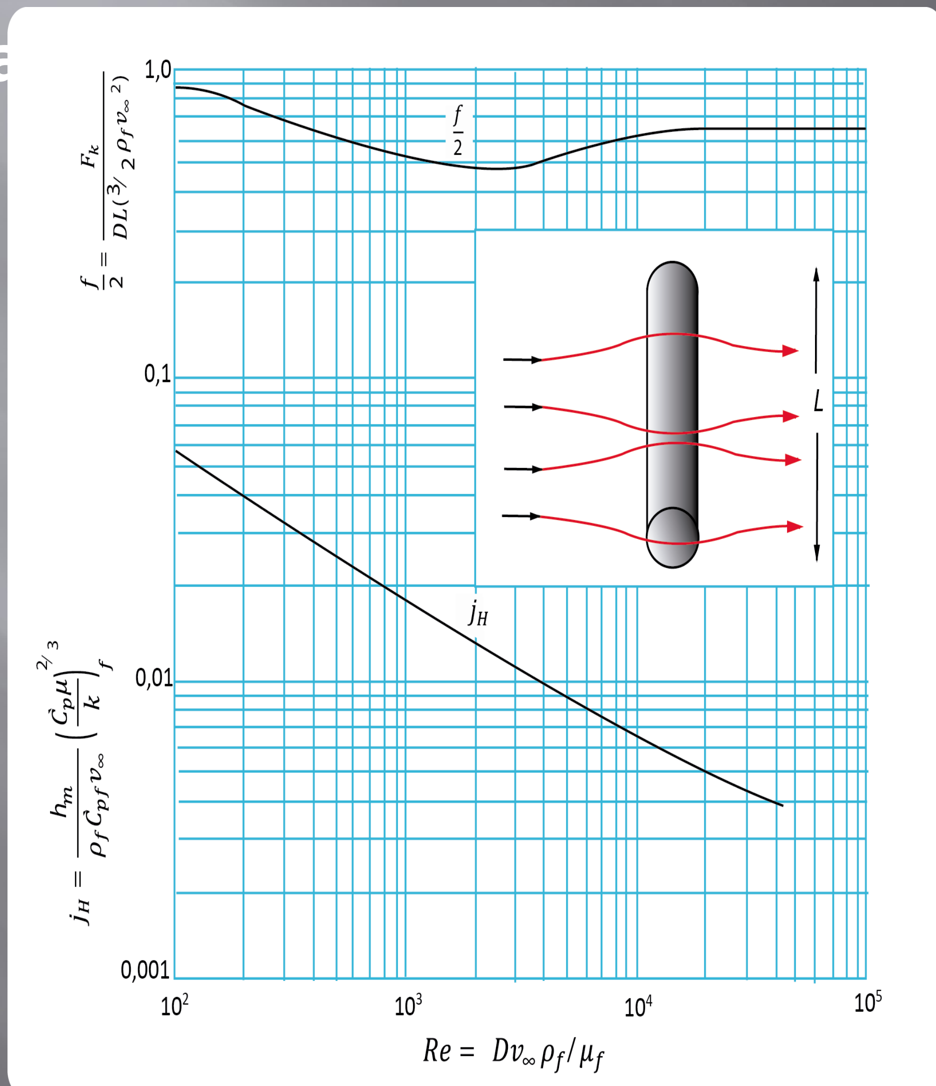


El procedimiento para calcular h es:

- Calcular el Reynolds, según los datos del problema.
- Ir a la gráfica y leer el valor de J_H
- Con el resto de los datos del problema calcular *h.*
- Conocido h podemos calcular q por la

ANATOMÍA DE LA GRÁFICA

Gráfica



- Aparece el número de R

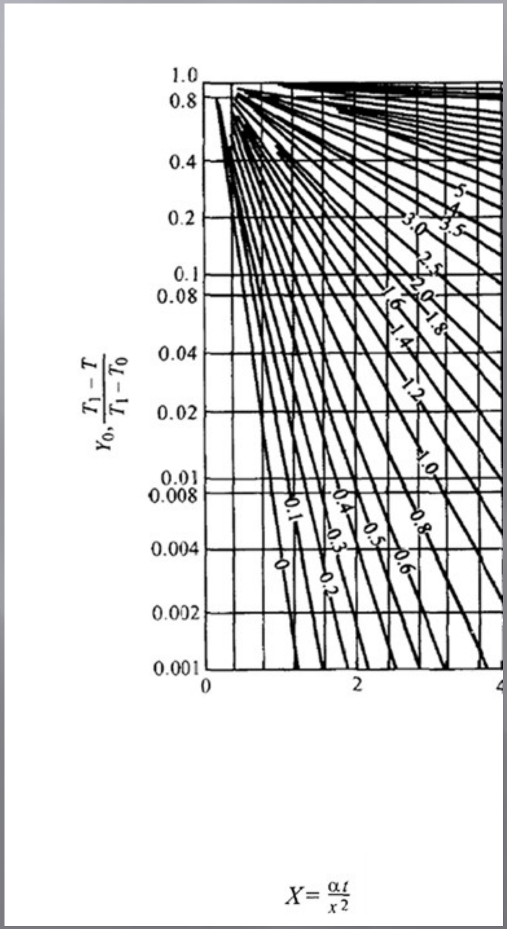
$$Re = Dv_\infty \rho_f/\mu_f$$

- Aparece el número

$$j_H = \frac{h_m}{\rho_f \hat{C}_{pf} v_\infty} \left(\frac{\hat{C}_p \mu}{k}\right)_f^{2/3}$$

Comentarios

Los números adimensionales le dan universalidad a esas gráficas.
Los fenómenos descritos en ella se llaman «semejantes»
Este tipo de gráficas ya se habían utilizado antes en clase:



En esta gráfica los números adimensionales eran el Bi (o su inverso), que etiquetaban la gráfica.

El Número de Fourier (Fo) que es la variable en el eje de las abscisas.

La temperatura adimensional en el eje de las ordenadas

Aplicaciones.

- Templado
- Transmisión de calor por convección forzada en un tanque agitado
- Coeficientes de transmisión de calor para convección forzada en tubos.
- Coeficiente de transmisión de calor para convección forzada alrededor de objetos sumergidos
- Lechos Fluidizados
- Convección libre

ALGUNOS CASOS.

- Simetrías simples: Esfera, Cilindros en flujos de convección natural o forzada.
- Conjuntos de tubos, gotas o burbujas sumergidas en flujos de convección natural o forzada
- Conjuntos de objetos sin simetría simple sumergidas en flujos de convección natural o forzada
- Placas bañadas por un fluido.
- En cada caso verificar cómo se construyeron las correlaciones. (Entender el significado de los parámetros)

Para convección libre.

$$\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2} = \frac{\rho\beta g(T_0 - T_1)}{\rho V^2/D} \approx \frac{\text{fuerzas de flotación}}{\text{fuerzas de inercia}}$$

DEPENDENCIA DE NU DE LOS NÚMEROS ADIMENSIONALES[1].

$$Gr_L \gg Re_L^2 \qquad free\ convection \qquad Nu_L = f(Gr_L, Pr)$$

$$Gr_L \approx Re_L^2 \qquad combined\ convection \qquad Nu_L = f(Re_L,$$

$$Gr_L \ll Re_L^2 \qquad forced\ convection \qquad Nu_L = f(Re_L, Pr$$

1. En los casos de convección, la viscosidad casi no interviene, por lo que el número de Brinkman no tendrá mucha relevancia.

Cuestionario (1/3)

- Qué es la convección?
- ¿Cuál es la causa de la convección libre?
- ¿Cuál es la causa de la convección forzada?
- ¿Qué se grafica en uno y otro eje de una correlación adimensional para el cálculo de h?
- ¿Cómo se construyen las gráficas adimensionales para el cálculo de h?

Cuestionario (2/3)

- ¿Qué es la capa límite hidrodinámica?
- ¿Qué es la capa límite térmica?
- ¿Qué significa δ el espesor de la capa límite?
- ¿En qué consiste el caso del centro Marshall?
- ¿Qué es la semejanza?
- ¿Qué es el Teorema π?
- ¿Qué grupos adimensionales aparecen en la reescritura adimensional de las ecuaciones de continuidad, movimiento y

Cuestionario (3/3)

- ¿Qué otros números adimensionales puedes mencionar? y ¿Cuál es su interpretación?
- ¿En qué casos de interés para la IQM la convección es un mecanismo importante?
- ¿Por qué es necesario verificar como se construyeron las correlaciones y el significado de los parámetyros?