Soluciones Ejercicios 2do Parcial

* La Tecnología

1 Producto Marginal

A Factor Fijo	B Factor Variable	C P_{total}	D P_{Medio} (C/B)	E $P_{Marginal}$ $C_t - C_{t-1}$
1	0	0	0	0
1	1	3	3	3
1	2	8	4	5
1	3	12	4	4
1	4	15	3.75	3
1	5	17	3.4	2
1	6	17	2.6	0
1	7	16	2.3	−1
1	8	13	1.6	−3

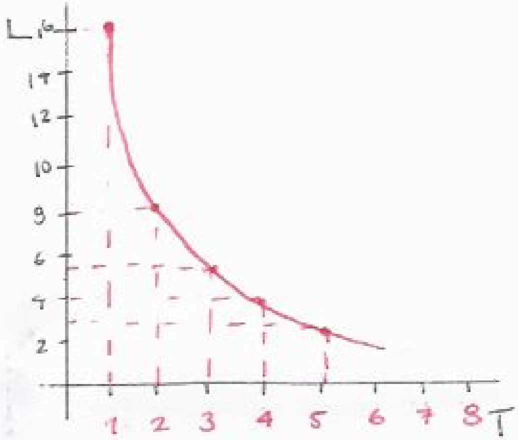
2

$F(x,y)$	$PMg\,x$	$PMg\,y$	$TMST\ \left(\frac{PMgx}{PMgy}\right)$
$x+2y$	1	2	$1/2$
$ax+by$	a	b	a/b
$50xy$	$50y$	$50x$	y/x
$x^{1/4}\,y^{3/4}$	$\frac{1}{4}x^{-3/4}y^{3/4}$	$\frac{3}{4}x^{1/4}y^{-1/4}$	$y/3x$
$(x+1)(y+2)$	$(y+2)$	$(x+1)$	$y+2\,/\,x+1$
$ax+by^{1/2}$	a	$b/2\,y^{-1/2}$	$2ay^{1/2}/b$
$C\,x^a y^b$	$Ca\,x^{a-1}y^b$	$Cb\,x^a y^{b-1}$	ay/bx

3 Ana tiene una función de producción $F(L,T) = L^{1/2}T^{1/2}$

producción = 4 $\quad 4 = L^{1/2}\cdot T^{1/2} \rightsquigarrow 16 = L\cdot T \rightsquigarrow \frac{16}{T} = L$

L	16	8	5.3	4	3.2
T	1	2	3	4	5



Tipo de Rendimientos = Constante

$F(L,T) = L^{1/2} T^{1/2}$

$F(1,1) = 1$ Al duplicar los factores

$F(2,2) = 2$ se duplica el producto.

4

$F(x_1, x_2) = 4\, x_1^{1/2}\, x_2^{1/3}$

Tipo de Rendimientos = Decrecientes

$F(x_1/x_2) = 4 x_1^{1/2} x_2^{1/3}$

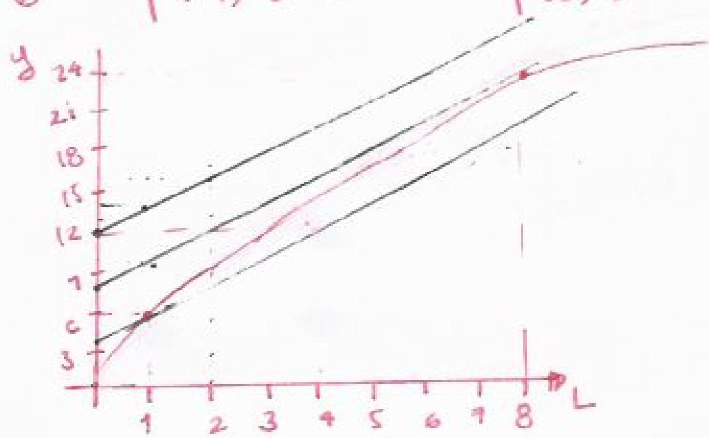
$F(1,1) = 4$ Al duplicar los factores

$F(2,2) = 7.12$ el producto crece menos que proporcionalmente.

★ Maximización de las ganancias

1 $f(L) = 6L^{2/3}$ $P_L = 6$ $p = 3$

- $f(1) = 6$ $f(4) = 12$ $f(8) = 24$



- Rectas isobeneficio

comienza con funcion de beneficio

$\pi = p \cdot y - p_L \cdot L$ ya que los ejes con los que contamos es L y y

podemos despejar y $\Rightarrow p \cdot y = \pi + P_L L$ $y = \frac{\pi}{p} + \frac{P_L}{p} L$

Tenemos además, los puntos por los que pasan las rectas

(0,12) (0,8) y (0,4) (Son tres puntos en el eje y)

Y la pendiente de la recta isobeneficio es $\left|\frac{P_L}{P}\right| = 2$, podemos graficar las tres rectas (en negro en la gráfica).

- ¿Cuántas unidades de L contratará la empresa?

Para contestar esta pregunta debemos encontrar el punto de producción en el que la empresa maximiza sus ganancias (y por ende cuántas unidades de L se utilizan para alcanzar este nivel óptimo)

- Consiste en encontrar punto máximo de función de ganancias = derivada de dicha función

$$\pi = p \cdot y - P_L \cdot L \quad \text{si} \quad y = 6L^{2/3}$$

entonces

$$\pi(L) = p \cdot 6L^{2/3} - P_L L$$

y

$$\pi'(L) = p \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} L^{-1/3} - P_L = 0.$$

$$p \cdot 4L^{-1/3} = P_L \Rightarrow \left[\frac{p \cdot 4}{P_L} = L^{1/3}\right]^3$$

$$\left(\frac{p.4}{P_L}\right)^3 = L \quad \text{por lo tanto} \quad L = \left(\frac{3 \cdot 4}{6}\right)^3 = 8$$

$$\text{Si } L = 8 \Rightarrow y = 24$$

Alternativamente podemos utilizar el hecho que una recta isobeneficio toca tangencialmente a la función de producción donde se maximiza la producción y por ende las ganancias.

Pendiente recta iso beneficio $\frac{P_L}{P}$

Pendiente función de producción $PMgL = 6 \cdot \frac{2}{3} L^{-1/3} = 4L^{-1/3}$

$$4L^{-1/3} = \frac{P_L}{P} \qquad L^{-1/3} = \frac{P_L}{4P} \quad o \quad L^{1/3} = \frac{4P}{P_L} \qquad L = \left(\frac{4P}{P_L}\right)^3$$

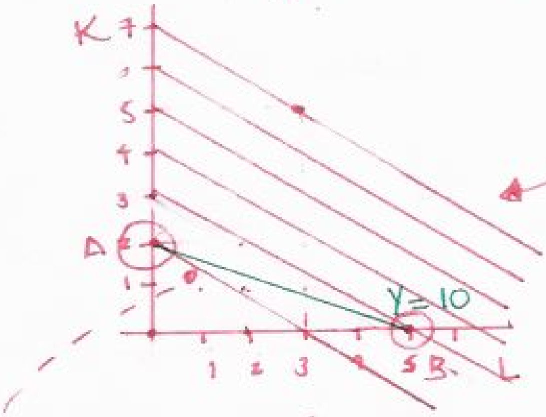
Que es la misma solución a la que habíamos llegado anteriormente

★ Minimizar Costos

• Función de producción $Y = 2L + 5K$ $w = 2$ y $r = 3$ $y = 10$

Para solucionar este problema, no podemos utilizar ni el método de multiplicadores de Lagrange ni el de punto de tangencia (igualación de pendientes), debido a que la función de producción es una recta (representa un método de producción donde los factores son sustitutos perfectos).

En cambio podemos graficar la función de costos y de producción



$C = 2L + 3K$

(familia de líneas cuando le damos valores a C)

$$K = \frac{C}{3} - \underbrace{\frac{2}{3}}_{\text{pendiente}}L$$

$10 = 2L + 5K$

¿Dónde se minimizan costos, A o B?

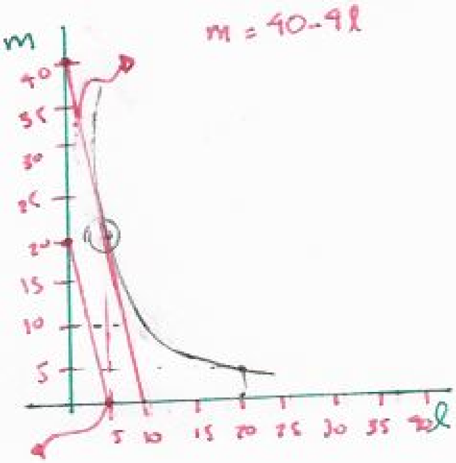
Necesariamente la empresa elegirá el punto A, ya que sólo utilizando capital (K) se incurre en un menor costo, que si sólo se utilizara trabajo.

• Problema en inicio de clase sobre curva de costos.

$F(x,y) = 4\,l^{1/2} m^{1/2}$ $w_l = 40$ $w_m = 10$

• Curvas de isocosto $C = 200$ $C = 400$

$200 = 40l + 10m$ y $400 = 40l + 10m$

1.- 

$m = 20 - 4l$

2.- Produciendo más bajo costo ¿cuántas unidades de m por l?
utilizando el hecho de que la función de producción es de tipo Cobb-Douglas y la función de costos una recta, se deben tocar tangencialmente en el punto óptimo.

Pendiente de f de costos $= \frac{4}{1}$ Pendiente de f. de producción $= \frac{PMg\ l}{PMg\ m}$

$$\frac{4}{1} = \frac{4\ 1/2\ l^{-1/2} m^{1/2}}{4\ 1/2\ l^{1/2} m^{-1/2}} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{m}{l} \qquad \boxed{l = \frac{1}{4} m} *$$

3 isocuanta $y = 40$ $\quad 40 = 4\ l^{1/2} m^{1/2}$ $\quad 10 = l^{1/2} m^{1/2}$

$100 = l\ m$ $\quad \frac{100}{l} = m$

l	10	20	5
m	10	5	20

4 Usando $l = \frac{1}{4} m$ y $40 = 4\ l^{1/2} m^{1/2}$
o $10 = l^{1/2} m^{1/2}$

$10 = \left(\frac{1}{4} m\right)^{1/2} m^{1/2}$

$10 = \frac{1}{2} m$

$m = 20$ y $l = 5$

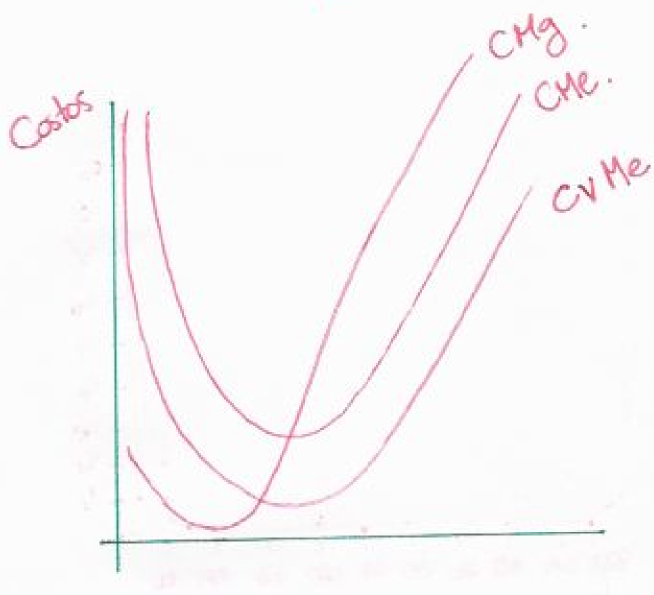
$C = 40l + 10m$

$C = 40(5) + 10(20) = 400$

* Curvas de Costos

Floreria 200 o 400 metros cuadrados = F Costo Fijo

	200	400
Costo variable	$CV(y) = \frac{y^2}{200}$	$CV(y) = \frac{y^2}{400}$
Costo total	$C_T(y) = \frac{y^2}{200} + 200$	$C_T(y) = \frac{y^2}{400} + 400$
Costo medio total $CMe = \frac{CT(y)}{Y}$	$CMe(y) = \frac{y}{200} + \frac{200}{y}$	$CMe(y) = \frac{y}{400} + \frac{400}{y}$
Costo variable medio $\frac{CV(y)}{y}$	$CV_{Me}(y) = \frac{y}{200}$	$CV_{Me}(y) = \frac{y}{400}$
Costo Marginal $CT'(y)$	$CMg(y) = \frac{y}{100}$	$CMg(y) = \frac{y}{200}$



* Oferta de la Empresa

Ejemplo

$C(w_1, w_2, q) = 2 w_1^{1/2} w_2^{1/2} q^{3/2}$ $\quad w_1 = 1 \quad w_2 = 1 \quad P$

CMg = derivada costo total respecto q = producción $\Rightarrow 2 w_1^{1/2} w_2^{1/2} \frac{3}{2} q^{1/2}$

$CMg = 3 w_1^{1/2} w_2^{1/2} q^{1/2}$

Función de oferta es necesario igualar CMg a P y despejar q de forma que la cantidad ofrecida esté en funcion del precio

$S(p) \Rightarrow p = 3 w_1^{1/2} w_2^{1/2} q^{1/2}$ $\quad \left[\frac{p}{3 w_1^{1/2} w_2^{1/2}} = q^{1/2}\right]^2$

$\boxed{q = \frac{p^2}{9 w_1 w_2}}$ $\quad q = \frac{p^2}{9}$ $\quad S(p) = \frac{p^2}{9}$ a)

b) $S(p) = \frac{p^2}{9 \cdot 4 \cdot 9} = \frac{p^2}{324}$

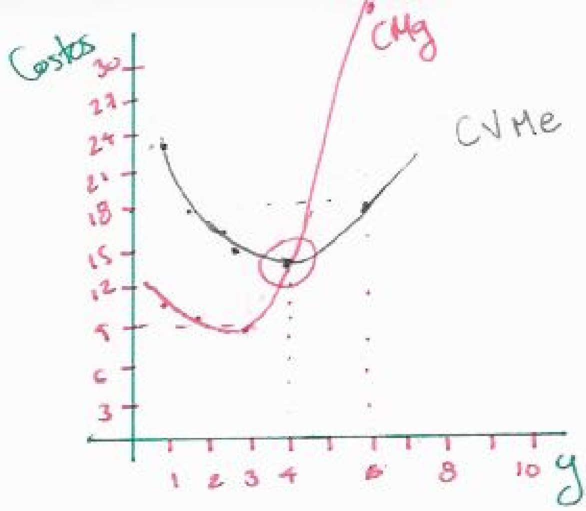
c) $S(p, w_1, w_2) = \frac{p^2}{9 w_1 w_2}$

Ejercicio

1 $\quad C(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 5$

A $\quad CMg = C'(y) = 3y^2 - 16y + 30$

$CV_{Medio} = \frac{CV}{y} = \frac{y^3 - 8y^2 + 30y}{y} = y^2 - 8y + 30$



B. Encontrar un punto donde sean iguales CVMe y CMg implica igualar sus funciones

$$3y^2 - 16y + \cancel{30} = y^2 - 8y + \cancel{30}$$

$$3y^2 - y^2 = 16y - 8y$$

$$2y^2 = 8y$$

$$\frac{y^2}{y} = 4 \qquad y = 4$$

C.- Condición de cierre (empresa ofrece cero unidades)

$$\underbrace{CMg = CVMe}_{\text{sabes que es donde } y=4} > P$$

Punto en la oferta de la empresa para determinar P (utilizamos oferta inversa)

$$3y^2 - 16y + 30 = P$$

$$S(y) = 3y^2 - 16y + 30$$

$$S(4) = 3(16) - 16(4) + 30$$

$$S(4) = 14 = P$$

Por debajo de un precio $14 la empresa ofrece cero unidades

- $S(6) = 3(36) - 16(6) + 30 = 42$ a un precio de 42 la empresa ofrece 6 unidades

* Oferta de la empresa

1 $S_1(p) = p$; $S_2(p) = 2p$ $S_3(p) = 3p$

$S_{industria} = p + 2p + 3p = \underline{6p}$

2 $S_1(p) = 2p$; $S_2(p) = p-1$

$S_{industria} = 2p + p - 1 = 3p-1$

3 200 empresas $S = 2p - 8$ 100 $S = p - 3$

$S_{industria} = 200(2p-8) + 100(p-3) = 500p - 1900$

4 $S_1(p) = 3p - 12$; $S_2(p) = 2p - 8$; $S_3(p) = p - 4$

$S_{industria} = 3p - 12 + 2p - 8 + p - 4 = 6p - 24$

2.- $C(y) = 10y^2 + 1000$

Curva de oferta $p = CMg$ $CMg = 20y$

$p = 20y$ $y = \frac{p}{20}$ $\boxed{S(p) = \frac{p}{20}}$ *

Costo medio mínimo = punto en el que se cruzan el CMg y el Costo Medio

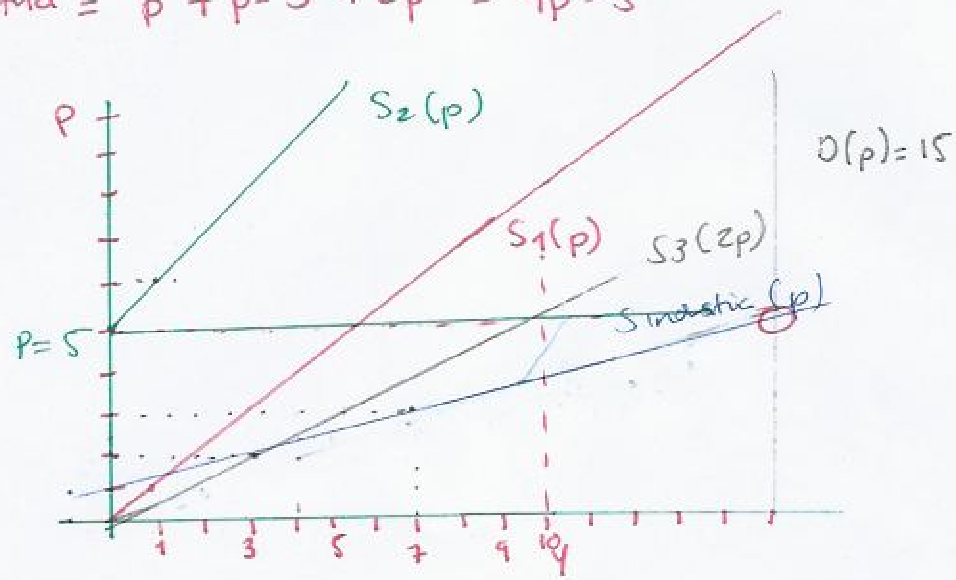
$C_{total\ medio} = \frac{10y^2 + 1000}{y} = 10y + \frac{1000}{y}$

$10y + \frac{1000}{y} = 20y \rightarrow 10y = \frac{1000}{y}$ $10y^2 = 1000$

$y^2 = \frac{1000}{10}$ $\boxed{y = 10}$ *

3.- $S_1(p) = p$ $\quad S_2(p) = p - 5$ $\quad S_3(p) = 2p$

$S_{industria} = p + p - 5 + 2p = 4p - 5$



precio de mercado

$Y_I = 4p - 5$ $\quad D(p) = 15$ $\quad$ igualan Oferta y Demanda

$15 = 4p - 5 \Rightarrow 4p = 20$ $\quad \boxed{p = 5}$

Al precio 5 Oferta $S(p) = 4p - 5$ $\quad S(5) = 20 - 5 = \underline{15}$

$$\begin{cases} S_1(5) = 5 \\ S_2(5) = 0 \\ S_3(5) = 10 \end{cases}$$

Oferta individual al precio \$ 5