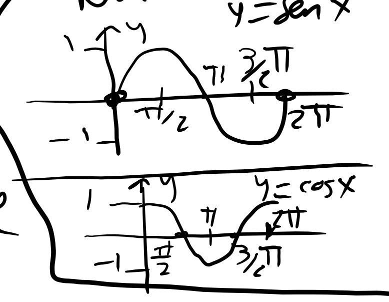
Anteriormente habíamos resuelto el problema de dada una función en la forma trigométrica en la forma

$$y = a \operatorname{sen} b(x+h)+K$$

elaborar su gráfica

Nota:




Ejemplo: Elabora la gráfica de

$$y = -2 \operatorname{sen} 3(x-1)+4$$

duplica e invierte

b = 3

cambia periodo

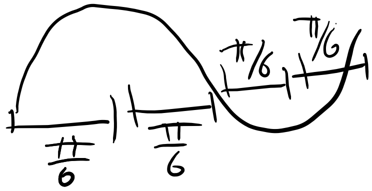
Fase (la mueve un lugar a la derecha)

línea de nodos (sube 4 lugares)

Pasos para graficar.
1.- Identifica cada parámetro
2.- Calcula periodo y separación
3.- Identifica si es seno o coseno. senos empiezan con nodos y los cosenos con crestas o valles si están invertidos
4.- Ubica el desfase
5.- Traza la gráfica desde el desfase contando 4 separaciones

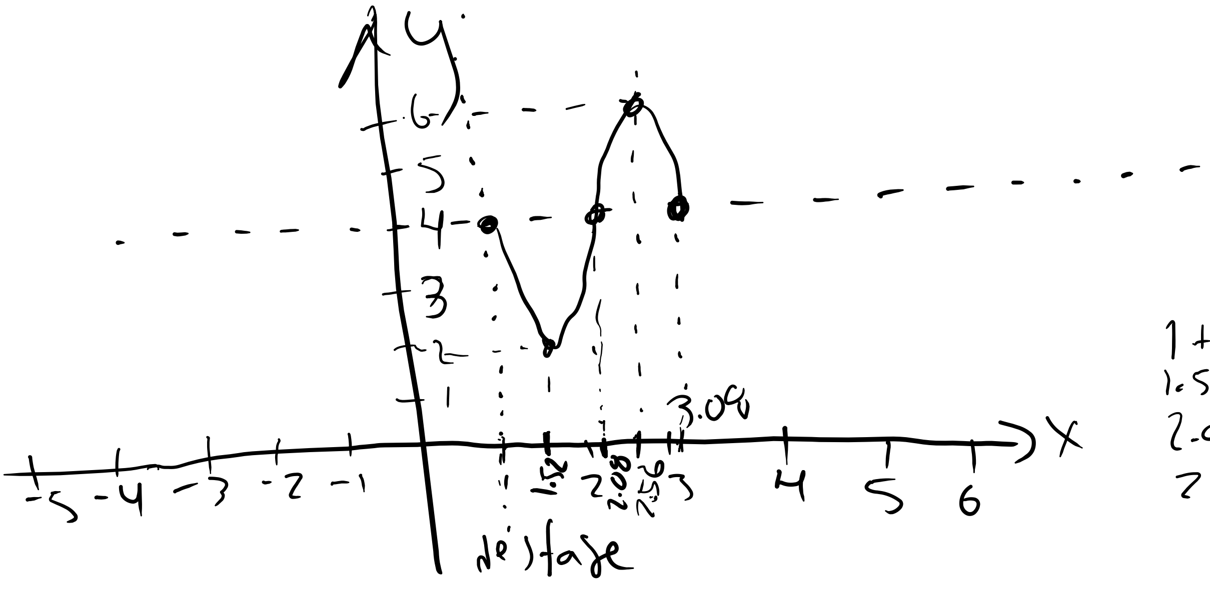
$$\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$$

La separación es $\frac{\pi}{2b} = \frac{\pi}{6}$



¿Entre qué valores está comprendida? ¡Párate en la línea de nodos y cuenta la separación hacia arriba y hacia abajo!

Estará entre 2 y 6




línea de nodos

$\frac{\pi}{6} = 0.52$

$1 + 0.52 = 1.52$

$1.52 + 0.52 = 2.04$

$2.04 + 0.52 = 2.56$

$2.56 + 0.52 = 3.08$

El nuevo problema es que si tenemos la gráfica le construyas su ecuación.

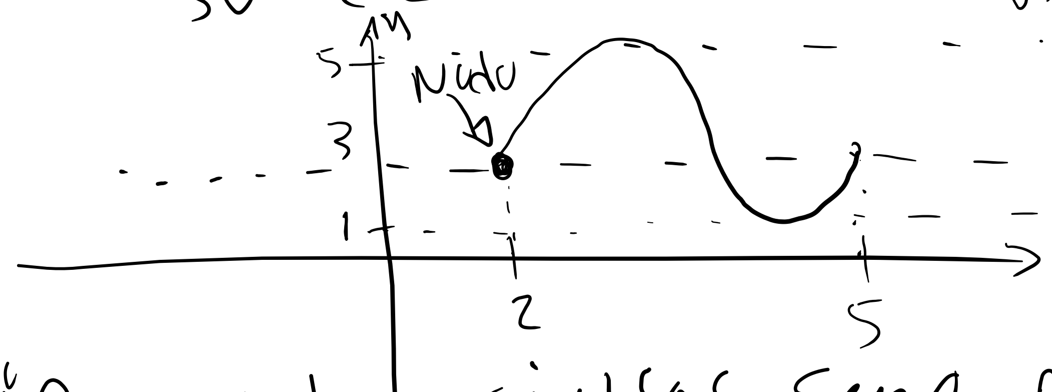
uso seno

$y = a\,\mathrm{sen}\,b(x+h)+K$

$a=2,\ K=3$

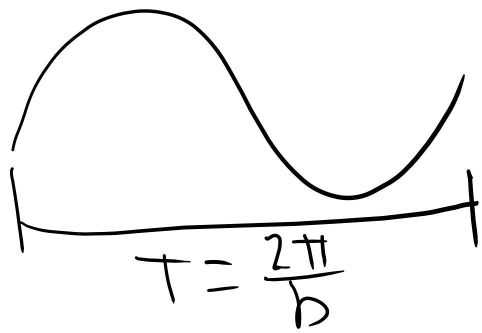
$h=-2$

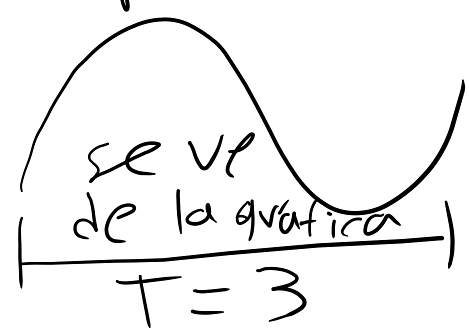
¿$\mathbf{b}$?




¡Para saber si usas seno parte de nodo, si usas coseno parte de cresta o valle!

Para hallar b usa la fórmula del periodo



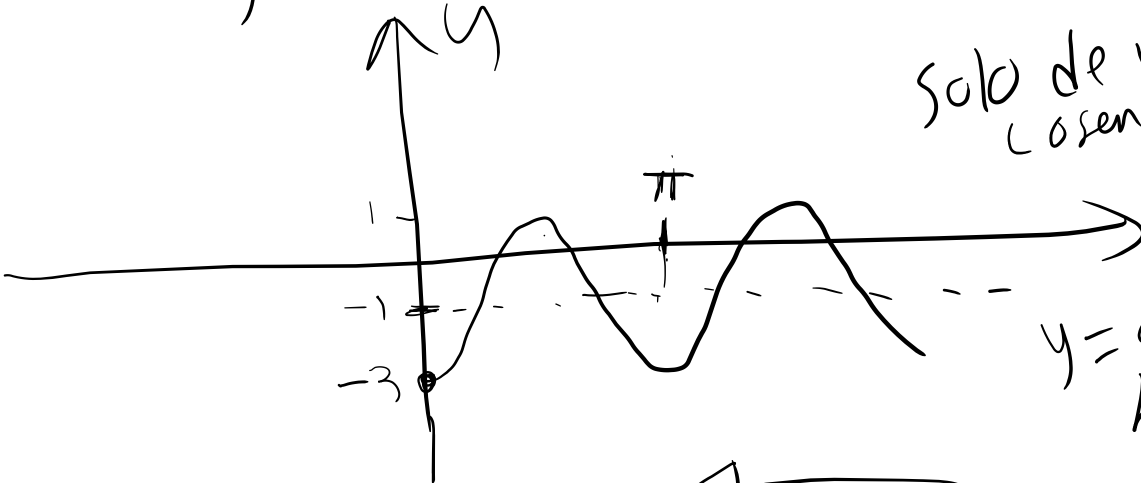




Despejo b $\longrightarrow 3=\frac{2\pi}{b} \longrightarrow b=\frac{2\pi}{3}$

$$y = a\,\mathrm{sen}\,b(x+h)+K$$

$$y = 2\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{3}(x-2)+3$$

Ejemplo: Construye la ecuación




Solo de verla, es un coseno invertido (empieza con valle)

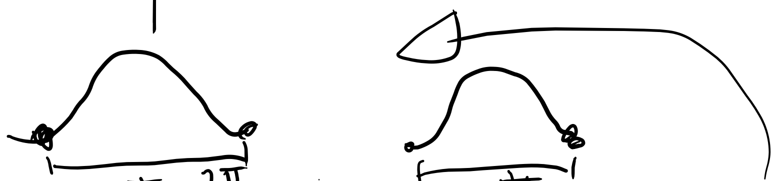
$y = a\cos b(x+h)+k$

$k = -1$

$a = -2$

$h = 0$

¿b?



$T = \frac{2\pi}{b}$ $T = \pi$

Despejo

$\pi = \frac{2\pi}{b} \rightarrow b = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

$$y = -2\cos 2(x) - 1$$

# Proyecto

Anális del movimiento de una masa en un resorte

**Objetivo:** Construir la ecuación que describa el movimiento de una masa que oscila en un resorte.

**Introducción:** Se llama movimiento armónico simple (MAS) a todo aquel que ~~sea~~ periódico y que mantenga amplitud constante.

La ecuación que lo describe es

$$y = a\,\text{sen}\,b(x+h)+K$$

ó

$$y = a\cos b(x+h)+K$$

En la vida real no existen estos movimientos pues siempre hay fricción que los amortigua (decrece la amplitud)


(IDEAL)


(REAL)

$$y = \underbrace{ae^{-Kt}}_{\text{amplitud decreciente}}\,\text{sen}\,b(x+h)+K$$

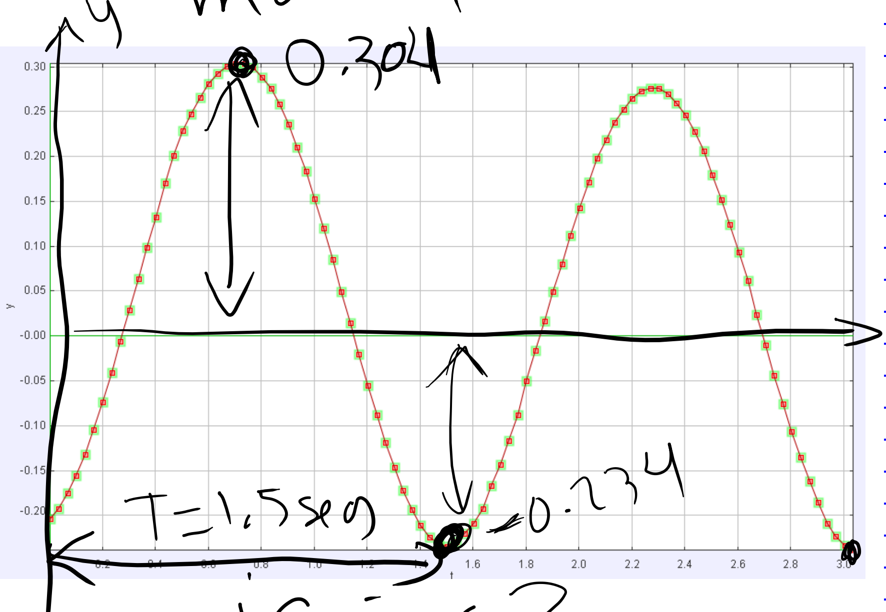
Desarrollo: Se grabó el movimiento de una masa en un resorte como se observa en la figura.

A continuación usando el software Tracker se tomaron datos de tiempo y posición.

| t | y |
|---|---|
| 0.000 | -0.204 |
| 3.333E-2 | -0.192 |
| 6.667E-2 | -0.175 |
| 0.100 | -0.156 |
| 0.133 | -0.131 |
| 0.167 | -0.104 |
| 0.200 | -7.326E-2 |
| 0.233 | -4.039E-2 |
| 0.267 | -6.236E-3 |
| 0.302 | 2.903E-2 |
| 0.335 | 6.410E-2 |
| 0.368 | 9.830E-2 |
| 0.402 | 0.133 |
| 0.435 | 0.171 |
| 0.468 | 0.201 |
| 0.502 | 0.228 |
| 0.535 | 0.247 |
| 0.568 | 0.265 |
| 0.602 | 0.281 |
| 0.635 | 0.293 |
| 0.668 | 0.300 |
| 0.702 | 0.304 |
| 0.735 | 0.304 |
| 0.768 | 0.299 |
| 0.802 | 0.289 |
| 0.835 | 0.276 |
| 0.868 | 0.258 |
| 0.902 | 0.236 |
| 0.935 | 0.211 |
| 0.968 | 0.184 |
| 1.002 | 0.153 |

máximo

A continuación se graficaron y se hizo un ajuste manual




¿Qué es?

Coseno invertido $y = a\cos b(x+h)+k$

$h=0$ ¡No hay desfase!

para sacar K me fijo solo en la primer oscilación ¿cuál es el máximo? 0.304

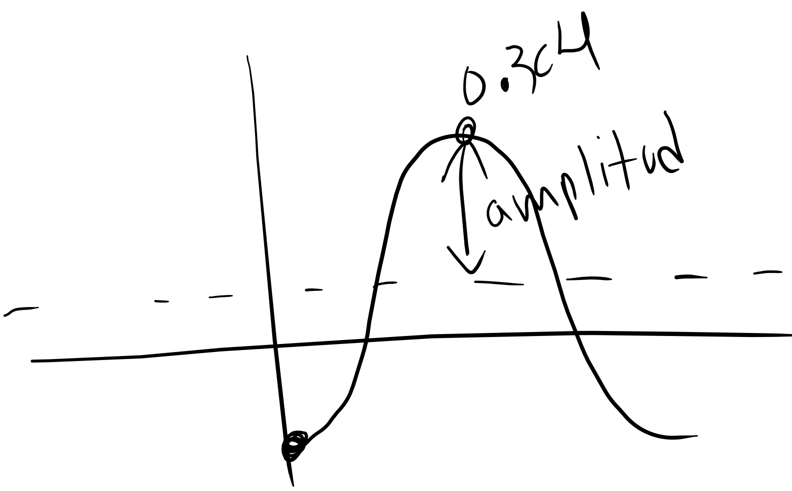
| | |
|---|---|
| 1.035 | 0.120 |
| 1.068 | 8.568E-2 |
| 1.102 | 4.983E-2 |
| 1.135 | 1.475E-2 |
| 1.168 | -2.025E-2 |
| 1.202 | -5.474E-2 |
| 1.235 | -8.780E-2 |
| 1.268 | -0.118 |
| 1.302 | -0.147 |
| 1.335 | -0.172 |
| 1.368 | -0.193 |
| 1.402 | -0.211 |
| 1.435 | -0.224 |
| 1.468 | -0.232 |
| 1.502 | -0.234 mínimo |
| 1.535 | -0.229 |
| 1.568 | -0.220 |
| 1.602 | -0.209 |
| 1.635 | -0.192 |
| 1.668 | -0.167 |
| 1.702 | -0.143 |
| 1.735 | -0.117 |
| 1.768 | -8.755E-2 |
| 1.802 | -4.950E-2 |
| 1.835 | -1.619E-2 |
| 1.868 | 1.686E-2 |
| 1.902 | 4.928E-2 |
| 1.935 | 8.037E-2 |
| 1.968 | 0.112 |
| 2.002 | 0.142 |
| 2.035 | 0.171 |

El mínimo es -0.234

La línea de nodos K es el promedio del máximo y mínimo (punto medio)

$$K = \frac{(0.304 + (-0.234))}{2}$$

$$K = 0.035$$



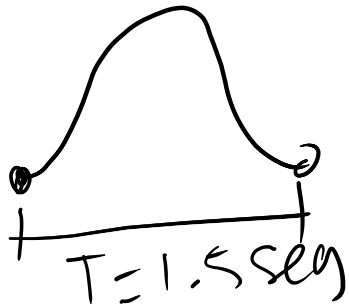

K = 0.035

La amplitud es la resta

Máximo − K = 0.304 − 0.035
= 0.269

∴ a = −0.269 está invertido el coseno

Para hallar b uso el periodo




$$T = \frac{2\pi}{b}$$

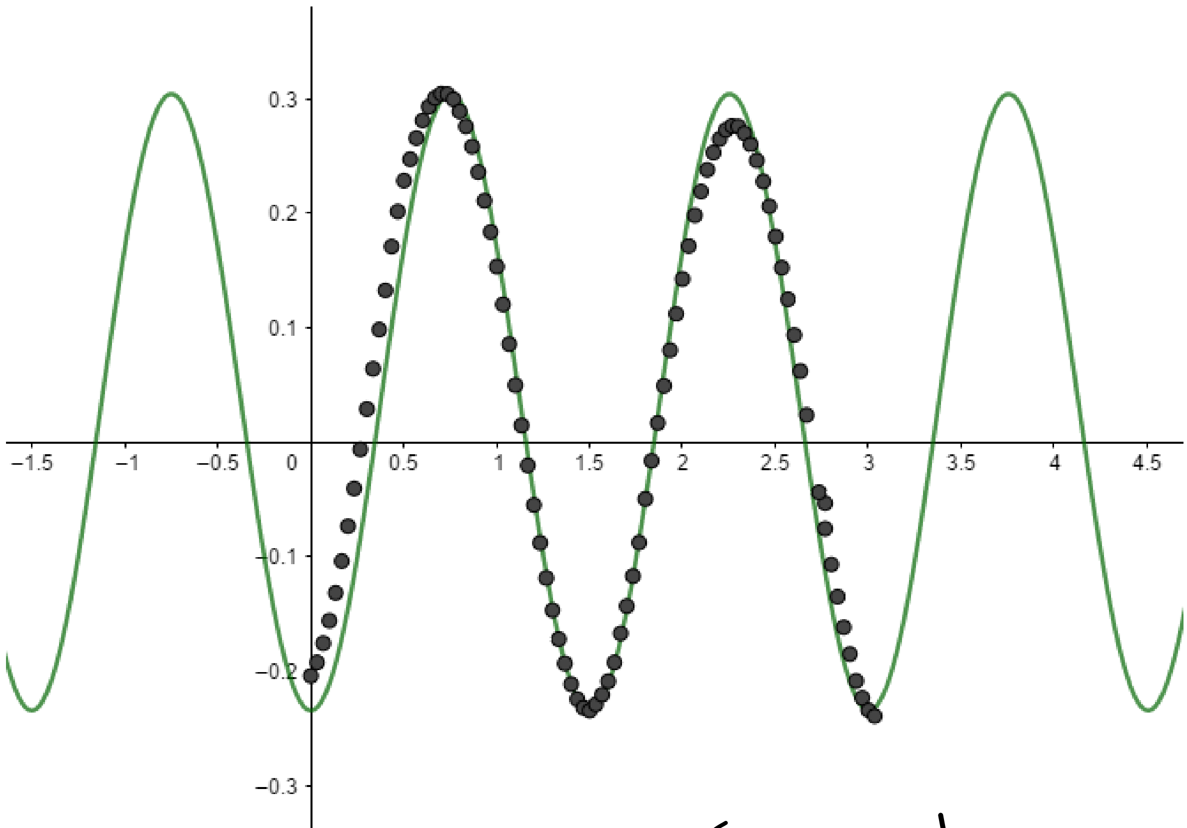
$$1.5 = \frac{2\pi}{b}$$ despejo

$$b = \frac{2\pi}{1.5} = 4.18$$

$$\therefore \quad y = a\cos b(x+h)+K$$

$$y = -0.269\cos 4.18(t)+0.035$$

Vamos a comprobar geogebra graficando los puntos y la ecuación al mismo tiempo




Conclusión: Se observa que las dos primeras oscilaciones casi son armónicas.

Bibliografía: Referencias Introducción