

Ejemplo del proyecto sobre funciones
aplicación de las funciones exponenciales.

Elabora un modelo de tipo exponencial
y lineal para tu árbol genealógico
desde tu antepasado más antiguo
conocido. Selecciona la línea materna
o paterna o ambas y establece una
predicción para la generación posterior
a la tuya. (Mínimo desde tus
abuelas)

Línea materna desde bisabuelos



generación 3
 Tú generación
 (Tú, hermanos y primos)

generación 2
 (Mamá, tíos)

(Abuelo y Tíos abuelos)
 generación 1

generación 0 (bisabuelos)
 ↑
 abuelos de tu mamá

x generación	y integrantes
0	2
1	6
2	16
3	16

a) Modelo exponencial

$$y = Ae^{kx}$$

¿cuáles son A y k?

A siempre será la población inicial $A = 2$

Para hallar usamos desde la generación 1 en adelante.

$$(1, 6) \xrightarrow{\text{sustituyo}} y = Ae^{kx} \rightarrow 6 = 2e^{k(1)}$$

Despejo k

$$\frac{6}{2} = e^k$$

$$3 = e^k$$

$$\ln(3) = k$$

$$\boxed{1.098 = k_1}$$

$$(2, 16) \rightarrow y = Ae^{kx}$$

$$16 = 2e^{k(2)}$$

$$\frac{16}{2} = e^{2k}$$

$$8 = e^{2k}$$

$$\ln(8) = 2k$$

$$\frac{\ln(8)}{2} = k$$

$$\boxed{1.039 = k_2}$$

$$(3, 16) \rightarrow y = Ae^{kx} \rightarrow 16 = 2e^{k(3)}$$

Despejo

$$\frac{16}{2} = e^{3k}$$

$$8 = e^{3k}$$

$$\ln(8) = 3k \rightarrow \frac{\ln(8)}{3} = k$$

$$\boxed{k_3 = 0.693}$$

$$K_{prom} = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3} = \frac{(1.098 + 1.039 + 0.693)}{3}$$

$$K_{prom} = 0.943$$

∴ La ecuación es

$$y = Ae^{kx}$$

$$y = 2e^{0.943x}$$

Ecuación
exponencial
de tu
árbol

¿Cuántos integrantes tiene la
generación 4?

$x=4 \rightarrow$ ¿y? sustituyo

$$y = 2e^{0.943(4)} = 86.93$$

¿De cuántos hijos nos toca?

$$\frac{86.93}{16} = 5.4 \rightarrow \text{Entre 5 y 6 hijos}$$

0

b) Modelo lineal $y = mx + b$

m es la pendiente
 b es la población inicial, $b = 2$

x	y
0	2
1	6
2	16
3	16

Para hallar $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ¡hay 6 posibilidades!

$$\begin{matrix} x_1 & y_1 \\ (0, 2) \\ (1, 6) \\ x_2 & y_2 \end{matrix} \rightarrow m_1 = \frac{6-2}{1-0} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\begin{matrix} (0, 2) \\ x_1 & y_1 \\ (2, 16) \\ x_2 & y_2 \end{matrix} \rightarrow m_2 = \frac{16-2}{2-0} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\begin{matrix} (0, 2) \\ x_1 & y_1 \\ (3, 16) \\ x_2 & y_2 \end{matrix} \rightarrow m_3 = \frac{16-2}{3-0} = \frac{14}{3} = 4.66$$

$$\begin{matrix} (1, 6) \\ x_1 & y_1 \\ (2, 16) \\ x_2 & y_2 \end{matrix} \rightarrow m_4 = \frac{16-6}{2-1} = \frac{10}{1} = 10$$

$$\begin{matrix} (1, 6) \\ x_1 & y_1 \\ (3, 16) \\ x_2 & y_2 \end{matrix} \rightarrow m_5 = \frac{16-6}{3-1} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\begin{matrix} (2, 16) \\ x_1 & y_1 \\ (3, 16) \\ x_2 & y_2 \end{matrix} \rightarrow m_6 = \frac{16-16}{3-2} = \frac{0}{1} = 0$$

$$m_{prom} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6}{6}$$

$$m_{prom} = \frac{4 + 7 + 4.66 + 10 + 5 + 0}{6} = 5.11$$

∴ $y = mx + b$

$$\rightarrow y = 5.11x + 2$$

Predicción $x=4 \rightarrow \hat{y}$?

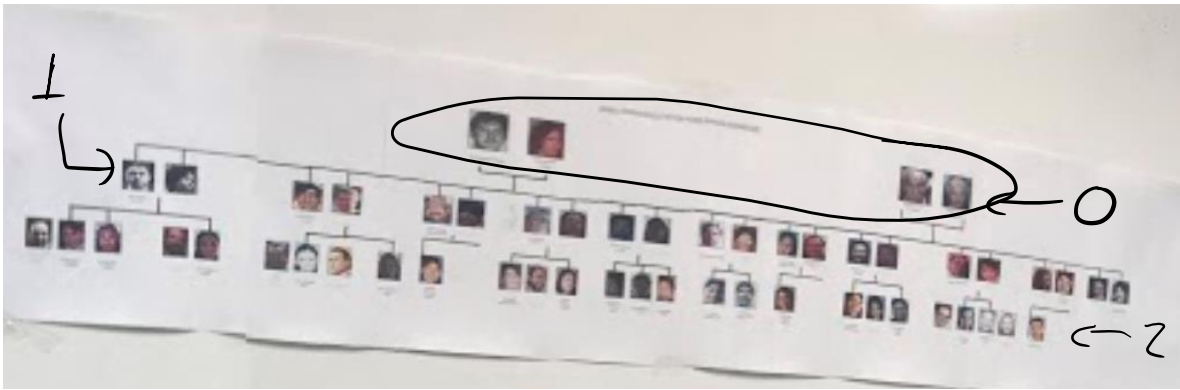
$$y = 5.11(4) + 2 = 22.44 \text{ integrantes}$$

Divido entre 16

$$\frac{22.44}{16} = 1.40$$

o.e. entre 1
y 2 hijos

Linea materna y paterna



X	y	
0	4	Abuelos
1	22	TÍOS, mamá y papá
2	27	TÚ generación

$$y = Ae^{kx}$$

$$y = mx + b$$

$$k_{prom} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$\begin{matrix} (0, 4) \\ (1, 22) \end{matrix} \rangle m_1$$

$$\begin{matrix} (0, 4) \\ (2, 27) \end{matrix} \rangle m_2$$

$$\begin{matrix} (1, 22) \\ (2, 27) \end{matrix} \rangle m_3$$

$$m_{prom} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{3}$$