

# Funciones exponenciales

Este tipo de funciones se emplean para modelar fenómenos que crecen o decrecen rápidamente.

Ejemplo: Se sabe que las bacterias se reproducen mediante un método llamado bipartición, el cual consiste en que una bacteria se parte y genere dos bacterias idénticas. Si al inicio había una bacteria y se sabe que su tiempo de reproducción es de 1 min.

a) Elabora una tabla donde relaciones el tiempo y el número de bacterias hasta los 5 min.

b) ¿Cuál será la ecuación que las relaciona?

c) ¿cuántas bacterias habrá a los 20 min?

Solución

a)

X tiempo	y # bacterias
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

b) ¿Ecuación?

$$y = 2^x$$

se llama exponencial  
por la variable  
esta en el  
exponente

c) sustituyo  $20$   
 $X=20 \rightarrow Y=2$

$$Y = 1048576$$

---

Ejemplo: Una pelota se deja caer desde una altura de  $2000\text{m}$  y por cada rebote pierde  $\frac{1}{3}$  de su altura.

a) Elaborar una tabla donde relaciones #rebote con altura hasta los 4 primeros rebotes.

b) ¿cuál será la ecuación que los relaciona?

c) ¿cuál será la altura a los 10 rebotes?

d) Si la altura es de  $0,1\text{m}$  ¿cuántos rebotes ha dado?

a)

#rebote	Altura
0	2000
1	$2000 - \frac{1}{3}(2000) = \frac{4000}{3}$
2	$\frac{4000}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{4000}{3}\right) = \frac{8000}{9}$
3	$\frac{8000}{9} - \frac{1}{3}\left(\frac{8000}{9}\right) = \frac{16000}{27}$
4	$\frac{16000}{27} - \frac{1}{3}\left(\frac{16000}{27}\right) = \frac{32000}{81}$

$\sqrt[3]{1333.33}$   
 $\sqrt[3]{888.89}$   
 $\sqrt[3]{592.59}$   
 $\sqrt[3]{395.063}$

b)

Forma general de una función expon.

$$y = Ab^{kx}$$

A es el valor inicial de "y"

b es la base debe ser mayor que 1

$K$  es la razón de cambio  
 Si  $K$  es positivo es creciente  
 Si  $K$  es negativo es decreciente  
 ( $K$  es como la pendiente)

$$y = 2000 \left(\frac{3}{2}\right)^{-x}$$

---

$2000$	$A$	$b$	$x$
$\frac{4000}{3}$	$=$	$2000$	$\left(\frac{2}{3}\right)^1$
$\frac{8000}{9}$	$=$	$2000$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2$
<del><math>\frac{16000}{27}</math></del>	$=$	$2000$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$

Nota:  
 $\left(\frac{a}{b}\right)^x$   
 es igual  
 que  $e^{-x}$   
 $\left(\frac{b}{a}\right)^{-x}$

c)  $x=10 \rightarrow dy?$  sustituyo

$$y = 2000 \left(\frac{3}{2}\right)^{-10}$$

$$y = 34.68 \text{ m}$$

d)  $y=0.1 \text{ m} \rightarrow dx?$

$$0.1 = 2000 \left(\frac{3}{2}\right)^{-x}$$

¿cómo se despeja  $x$ ?

No es:

$$x^2 = 9 \xrightarrow{\text{despeja } x} x = \sqrt[2]{9}$$

Notación  $\leftarrow$  exp.  
 $x$   
 $\leftarrow$  base

$$5x^3 = 100 \longrightarrow x^3 = \frac{100}{5} \longrightarrow x = \sqrt[3]{20}$$

¡Estamos despejando una base!  
Se usan raíces

$$2^x = 100 \quad \underline{\text{Tarea}}$$

Investigar ¿Qué son los logaritmos?