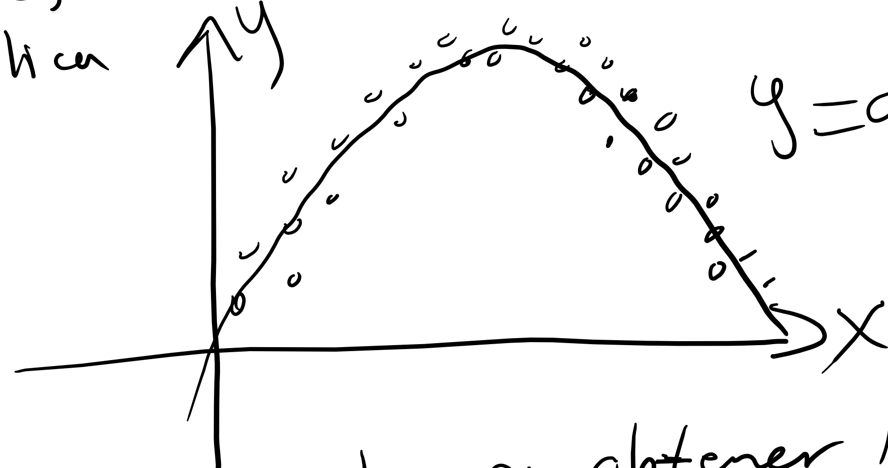
Método de mínimos cuadrados caso cuadrático

Consideremos un conjunto de n parejas las cuales tienen una distribución cuadrática o parabólica



$$y = ax^2 + bx + c$$

x	y
x_1	y_1
x_2	y_2
$\vdots$	$\vdots$
x_n	y_n

Estamos interesados en obtener la mejor parábola por el método de mínimos cuadrados, al minimizar la suma cuadrática de los errores:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{aprox})^2$$

con $y_{aprox} = ax^2 + bx + c$

$$S = \sum (y - ax^2 - bx - c)^2$$

Derivando para minimizar

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 2\sum (y - ax^2 - bx - c)(-x^2) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 2\sum (y - ax^2 - bx - c)(-x) = 0 \\ \frac{\partial b}{\partial c} = 2\sum (y - ax^2 - bx - c)(-1) = 0 \end{cases}$$

Para simplificar divido entre -2 y abro las sumas.

$$\Sigma x^2y - a\Sigma x^4 - b\Sigma x^3 - c\Sigma x^2 = 0$$

$$\Sigma xy - a\Sigma x^3 - b\Sigma x^2 - c\Sigma x = 0$$

$$\Sigma y - a\Sigma x^2 - b\Sigma x - c\underbrace{\Sigma 1}_{n} = 0$$

rescribo

$$\begin{cases} \Sigma x^2 y = a\Sigma x^4 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^2 \\ \Sigma xy = a\Sigma x^3 + b\Sigma x^2 + c\Sigma x \\ \Sigma y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x + cn \end{cases}$$

sistema lineal de 3x3 lo podemos resolver por el método de Crammer

Llamemos $\boxed{\Sigma \rightarrow \text{suma}}$

La mejor parábola para un conjunto de n parejas por el método de mínimos cuadrados es: y=ax^2+bx+c, con a, b, c dados por:

a = ((sumax2y * sumax2 * n + sumaxy * sumax * sumax2 + sumay * sumax3 * sumax) - (sumaxy * sumax3 * n + sumax2y * (sumax) ^ 2 + sumay * (sumax2) ^ 2)) **/** ((sumax4 * sumax2 * n + sumax3 * sumax * sumax2 + sumax2 * sumax3 * sumax) - ((sumax3) ^ 2 * n + sumax4 * (sumax) ^ 2 + (sumax2) ^ 3))

b = ((sumax4 * sumaxy * n + sumax3 * sumay * sumax2 + sumax2 * sumax2y * sumax) - (sumax3 * sumax2y * n + sumax4 * sumay * sumax + (sumax2) ^ 2

* sumaxy)) / ((sumax4 * sumax2 * n + sumax3 * sumax * sumax2 + sumax2 * sumax3 * sumax) - ((sumax3) ^ 2 * n + sumax4 * (sumax) ^ 2 + (sumax2) ^ 3))

c = ((sumax4 * sumax2 * sumay + sumax3 * sumax * sumax2y + sumax2 * sumax3 * sumaxy) - ((sumax3) ^ 2 * sumay + sumax4 * sumax * sumaxy + (sumax2) ^ 2 * sumax2y)) / ((sumax4 * sumax2 * n + sumax3 * sumax * sumax2 + sumax2 * sumax3 * sumax) - ((sumax3) ^ 2 * n + sumax4 * (sumax) ^ 2 + (sumax2) ^ 3))

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \Sigma x^2 y & \Sigma x^3 & \Sigma x^2 \\ \Sigma xy & \Sigma x^2 & \Sigma x \\ \Sigma y & \Sigma x & n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Sigma x^4 & \Sigma x^3 & \Sigma x^2 \\ \Sigma x^3 & \Sigma x^2 & \Sigma x \\ \Sigma x^2 & \Sigma x & n \end{vmatrix}}$$

La fórmula de "a" saldría de hacer este determinante

Tarea

ver el siguiente video y hacer un video de un tiro parabólico

ver este video

https://drive.google.com/file/d/1UyoFaGsZ57nnUzVnyWueerRduKy779Cz/view?usp=sharing

Hacer tu video de un tiro parabólico